

Default Recovery Rates – Theoretische Modellierung und empirische Studien

Teil 1 – Einführung und Modellierung der Recovery Rate

Ein Beitrag von Stefan Trück, Jens Deidersen und Prof. S.T. Rachev

Einleitung

Bei der Modellierung des Kreditrisikos wurde die Recovery Rate bislang häufig wenig beachtet. Meist wurde die Annahme einer fixen Recovery Rate getroffen oder der historische Durchschnitt der Recovery Rates für verschiedene seniority-Klassen verwendet. Ein solches Vorgehen ist jedoch insofern problematisch, da die vereinfachten Annahmen zu einer Fehleinschätzung des Kreditrisikos und somit möglicherweise zu einer ungenügenden Kapitalausstattung der Kreditinstitute bzw. einer falschen Bewertung von Krediten und Anleihen führen können. Dies ist aber letztendlich nicht nur im Hinblick auf ein funktionierendes Risikomanagement bedenklich, sondern auch bezüglich der Erfüllung der Richtlinien des neuen Basler Akkords zur Eigenkapitalausstattung von Banken, in dem eine empirisch gestützte Schätzung der Recovery Rates vorgesehen ist. Der folgende Artikel beschäftigt sich insofern mit der Erläuterung, Modellierung und Schätzung von Recovery Rates.

Nach einer Einführung in die Thematik und Definition der Recovery Rate folgt in diesem Teil ein Überblick über die Modellierung von Recovery Rates in den bestehenden Kreditrisikomodellen.

In weiteren Teilen werden dann Ergebnisse empirischer Studien zum Thema Recovery Rate-Modellierung beleuchtet. Weiterhin werden Ansätze für Prognoseverfahren zur Schätzung der aggregierten Recovery Rate in verschiedenen Seniority-Klassen und der Recovery Rate einzelner Kredite untersucht.

Kapitel 1 – Bedeutung und Definition der Recovery Rate

1.1 Bedeutung von Loss given Default und Recovery Rate

Bei Abschluss eines Kredites oder Finanzkontraktes verpflichtet sich mindestens eine Partei dazu, eine Leistung zu erbringen. Im weiteren Verlauf können Situationen auftreten, in denen der Ver-

pflichtete seine Leistung nicht erbringen kann. In solch einer Situation spricht man von einem Kreditausfall (*Default*). Die Ratingagentur Moody's definiert einen Default folgendermaßen:

- eine Zins- oder Tilgungszahlung wird nicht oder nur verspätet geleistet
- ein Insolvenzverfahren wird beantragt
- ein Austausch der Schuldentitel gegen ein Paket von Wertpapieren mit einem niedrigeren Wert wird vorgenommen.

Letztendlich ist fast jeder gehandelte Kontrakt diesem Kreditrisiko ausgesetzt und somit ebenfalls fast jeder Investor.

Durch ihre besondere Stellung in den Prozessen der Finanzwelt sind Banken als Finanzintermediäre diesem Kreditrisiko in besonderem Maße ausgesetzt. Um sich vor den Folgen ungünstiger Entwicklungen der einzelnen Kreditpositionen zu schützen, benötigen die Banken Eigenkapital.

Seit einigen Jahren setzen Banken zur Verwaltung und Sicherung ihres Eigenkapitals Kreditrisikomodelle wie etwa CreditMetrics von J.P.MorganChase, CreditManager oder Creditrisk+ der Credit Suisse First Boston ein.

Um die Auswirkungen des Kreditrisikos auf das Institut abschätzen zu können, betrachten diese Modelle unter anderem die Wahrscheinlichkeit und die Eintrittszeitpunkte für Ausfälle einzelner Anleihen oder Kredite. Bei einer schlechten wirtschaftlichen Entwicklung sollten die Banken somit auf die entstehenden Kreditverluste vorbereitet sein.

Der von den Banken erwartete Kreditverlust für einen speziellen Kredit setzt sich zusammen aus der Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall (*probability of default (PD)*) des Kredits, multipliziert mit dem daraus resultierenden Verlust (*loss given default (LDG)*):

$$E(\text{Kreditverlust}) = PD \cdot LGD$$

Der LGD wird meist als der Prozentsatz des Nominalbetrages definiert, der nach einem Kreditausfall verloren geht. Analog kann man die *Recovery Rate* als den Teil des Nominalbetrages definieren, den man nach einem Kreditausfall noch zurückbezahlt erhält.¹

$$\text{Recovery Rate} = 1 - LGD$$

Leider wird meist nur die Wahrscheinlichkeit des Ausfalls von den Kreditrisikomodellen genauer modelliert, die andere - möglicherweise genau so wichtige Komponente - des Verlustes bei Ausfall jedoch weitaus weniger. So wird die *Recovery Rate* entweder als konstant angenommen (beispielsweise als fixe 50% des Nominalbetrages) oder durch den historischen Durchschnitt approximiert.

Der Einsatz dieser Methoden ist jedoch zweifelhaft, denn wie später gezeigt wird (vgl. auch Abb. 1), variiert die *Recovery Rate* beträchtlich in der Zeit. Die Annahme einer konstanten *Recovery Rate* oder der Einsatz eines historischen Durchschnittes sind aufgrund der hohen Standardabweichung und der *fat tails* der empirischen Verteilung der *Recovery Rate* problematisch.

¹ Für die genaue Definition der *Recovery Rate* siehe Kapitel 2.

Da bei einer schlechten wirtschaftlichen Lage nur ein Anstieg der Ausfallrate (*default rate*) durch die Modelle antizipiert wird, nicht jedoch ein Sinken der Recovery Rate, können Banken, die sich ausschließlich auf solche Modelle stützen bei einer entsprechend schlechten wirtschaftlichen Entwicklung mit zu wenig Kapital ausgestattet sein.

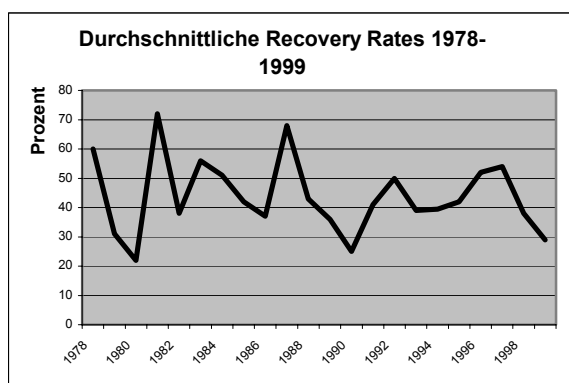


Abbildung 1: Durchschnittliche Recovery Rates über alle Seniority-Klassen 1978-1999

Des Weiteren nehmen die Modelle die Ausfallrate und die Recovery Rate als unabhängig voneinander an. Empirische Untersuchungen (vgl. z.B. Fridson (2000), Hamilton (2002) oder Frye (2000)) sprechen jedoch gegen diese Annahmen, vielmehr scheint eine negative Korrelation zwischen diesen Faktoren vorzuliegen, welche insbesondere bei ungünstigen Entwicklungen weitere negative Auswirkungen auf den Kreditverlust hat.

Die Auswirkungen dieser Beziehung soll anhand eines Beispiels erläutert werden. Der erwartete Kreditverlust sei:

$$E(\text{Kreditverlust}) = PD \cdot LGD$$

Angenommen, eines der genannten Kreditrisikomodelle sagt bei einem wirtschaftlichen Abschwung eine Steigerung der Default Rate von 3% auf 10% voraus. In diesem Modell hänge die Recove-

ry Rate nicht von der PD ab. Beträgt etwa der langfristige durchschnittliche Verlust nach einen Ausfall (LGD) 25% - die Recovery Rate beträgt in diesem Fall also $1 - 25\% = 75\%$ - so wird das eingesetzte Modell diesen Prozentsatz auf jedes Jahr anwenden und die Prognose des Modells für die notwendige Kapitalausstattung der Bank wird $10\% \cdot 25\% = 2,5\%$ der akkumulierten Kreditsumme betragen. Aber dieselben wirtschaftlichen Bedingungen, welche die Ausfallrate auf 10% steigen lassen, könnten ebenfalls den LGD über seinen historischen Durchschnitt steigen lassen. Sollte der LGD etwa auf 50% steigen², so wären 5% Kapitalausstattung notwendig. Wenn also Kreditrisikomodelle die Variation der Recovery Rate bzw. die Beziehung zwischen Recovery Rate und der Ausfallrate nicht berücksichtigen, so unterschätzen sie das gesamte Risiko und prognostizieren eine ungenügende Mindestkapitalausstattung.

Um dies zu verhindern, verlangen die Regulierungsbehörden die Schätzung der Recovery Rate in ihren Richtlinien zum angemessenen Eigenkapital. Das Basel Committee on Banking Supervision (BIZ (1999) bzw. BIZ (2001)) sieht eine empirisch gestützte Schätzung des Loss Given Default durch die Banken vor. Der vorgeschlagene *New Basel Capital Accord* (2001) adressiert die Thematik der LGD Analyse direkt:

Where there is no explicit maturity dimension in the foundation approach, corporate exposures will receive a risk weight that depends on the probability of

² Änderungen dieser Größenordnung sind nicht ungewöhnlich, vgl. Teil 2 dieser Übersicht.

default (PD) and loss given default (LGD). (Basel, § 172)

Banken könnten dabei wahlweise die vordefinierten konservativen LGD-Maße des sogenannten *foundation approach* nutzen, oder einen fortschrittlicheren Ansatz, sollte dieser den Ansprüchen genügen:

...A bank must estimate an LGD for each of its internal LGD grades...Each estimate of LGD must be grounded in historical experience and empirical evidence. At the same time, these estimates must be forward looking...LGD estimates that are based purely on subjective or judgmental consideration and not grounded in historical experience and data will be rejected by supervisors. (Basel, § 336, 337)

Die Recovery Rate wird aber nicht nur für die Bestimmung der Kapitalausstattung der Banken sondern auch für eine genauere Untersuchung *des Credit Spreads*, der Bewertung von Anleihen sowie ein besseres Portfoliomanagement verwendet. Denn die Annahme einer konstanten Recovery Rate führt bei der Verteilung des Kreditverlustes zu einer hohen Standardabweichung, die es schwierig macht, Spreads, Kapitalallokation und Ratings feiner zu bestimmen.

Um eine bessere Kapitalallokation, genauere Preisbestimmung und ein besseres Portfoliomanagement zu erreichen, muss für die Bestimmung der Recovery Rate eine Vielzahl an Variablen, etwa die Kreditart oder die Kapitalstruktur der ausgefallenen Unternehmen berücksichtigt werden. Die Recovery Rate sollte beispielsweise auch eine Funktion der Vermögenswerte des Unternehmens sein. Unterschiedliche Insolvenzverfah-

ren machen es aber schwierig vorherzusagen, wie der Wert eines insolventen Unternehmens unter den Gläubigern aufgeteilt wird. Meistens sehen die gesetzlichen Richtlinien bei der Liquidation einer Unternehmung unter den Gläubigern die Anwendung der sogenannten *Absolute Priority Rule (APR)* vor. Strikt ausgelegt, sollte erst die Klasse mit den Ansprüchen höchster Priorität aus den Vermögenswerten des ausgefallenen Unternehmens bedient werden, bis diese Klasse keine Ansprüche mehr hat. Erst dann wird die Klasse der nächsthöchsten Priorität bedient. Aber die strenge Auslegung der APR kommt in der Praxis meistens nicht zum Einsatz. Denn um das Insolvenzverfahren zu beschleunigen, machen die Gläubiger mit Ansprüchen höherer Priorität oft Zugeständnisse an die Gläubiger mit Ansprüchen niedrigerer Priorität. Dadurch erhalten die Gläubiger schneller die Kontrolle über das Unternehmen und können einen weiteren Verfall der Vermögenswerte des Unternehmens verhindern. Dies macht eine genauere Bestimmung der Recovery Rate schwierig.

Letztlich benötigen auch die auf den Handel mit *distressed* Anleihen spezialisierte Investoren -sogenannte *vulture Investors* - Schätzungen der Recovery Rate ausgefallener Ansprüche, um geeignete Anleihen selektieren zu können.

1.2 – Definition der Recovery Rate

Die Definition der Recovery Rate kann auf unterschiedliche Arten erfolgen.

Die Recovery Rate ist

- der gehandelte Preis des Wertpapiers kurz nach dem Ausfall oder

- der erste verfügbare Preis der Wertpapiere, die man im Reorganisationsprozess erhalten hat, bzw.
- der Wert für illiquide Instrumente zum Zeitpunkt einer Preisfindung (Verkauf des Unternehmens, Liquidation, erneutes Insolvenzverfahren)

jeweils diskontiert auf den Zeitpunkt, an dem das letzte Mal vertragsgerecht eine (Zins-)Zahlung erfolgte. Die Recovery Rate ist dann dieser Betrag als Prozentsatz des ursprünglichen Anspruches.

Oft erhalten die Gläubiger im Insolvenzverfahren eine Mischung aus anderen Wertpapieren (Aktien, Derivate, neue Kredite, Bargeld oder Sachvermögen), für die aber oft kein Markt existiert, so dass kein exakter Wert angegeben werden kann. Die endgültige Recovery ist somit nicht ohne weiteres beobachtbar. Als Approximation wird daher meistens der beobachtete Preis der ausgefallenen Anleihe am Markt kurz nach dem Ausfall genommen.³

Als Recovery Rate einer ausgefallenen Anleihe wird im weiteren der am Markt beobachtete Preis kurz nach dem Ausfall als Bruchteil des Nominalbetrages definiert. Der Preis direkt nach dem Ausfall stellt die Einschätzung des Marktes des Barwertes der geeignet diskontierten, endgültigen Recovery der Ansprüche und

der Laufzeit bis zur endgültigen Auflösung der Ansprüche dar. Mit dieser Definition der Recovery werden einige praktische Schwierigkeiten vermieden, etwa die genaue Bestimmung der Cash Flows eines ausgefallenen Kredits und die lange Auflösungszeit. Marktpreise sind meistens noch bis zu 60 Tage nach dem Ausfall erhältlich. Studien über die Fähigkeit des Marktes ausgefallene Debt effizient zu bewerten, kommen zu dem Ergebnis, dass der Markt die endgültige Recovery relativ gut antizipiert.

Des Weiteren stellt diese Definition der Recovery Rate für die meisten High Yield Bondkäufer den zurückgewonnen Teil ihrer Ansprüche dar, denn als einkommensorientierte Investoren⁴ haben sie kein Interesse daran, die ausgefallene Position über Jahre der Reorganisation ohne Zinszahlungen zu halten. Wenn also eine Anleihe einen Coupon oder eine Tilgungsrate nicht oder nur verspätet leistet, so wird der Investor diese Position abbauen.

Die alternative Definition der Recovery als der ausgezahlte Betrag nach dem Austritt aus der Insolvenz bzw. der Liquidation ist vor allem für die Käufer (*vulture investors*) wichtig, die ausgefallene Titel bewusst kaufen. Ihr Gewinn liegt darin, die Anleihe zu einem niedrigeren Preis als die endgültige, diskontierte Zahlung aus der Reorganisation oder Liquidation zu kaufen.

³ Moody's definiert die Recovery eines ausgefallenen Instruments als den Marktwert dieses Instruments einen Monat nach dem Ausfall. Es wird erst der Preis nach einem Monat betrachtet, da der Markt genug Zeit hat, die neuen Unternehmensinformationen zu verarbeiten, die Umsätze des Wertpapiers aber noch nicht zu dünn geworden sind.

⁴ High Yield Fonds bezeichnen laufendes Einkommen als ihr primäres Ziel, während Kapitalgewinne nur sekundäres Ziel sind.

Kapitel 2 – Modellierung der Recovery Rate in Kreditrisikomodellen

In diesem Abschnitt wird die bisherige Modellierung der Recovery Rate und deren Zusammenhang mit der Default Rate in den verschiedenen Modellen erläutert. Diese Modelle lassen sich gut in die Kategorien *Credit Pricing* Modelle und *Credit Value-at-Risk* Modelle einteilen. Die *Credit Pricing* Modelle wiederum können in die Ansätze *structural-form* Modelle mit endogener bzw. exogener Recovery Rate und die sogenannten *reduced-form* Modelle unterteilt werden. Die verschiedenen Ansätze sollen nun kurz mit ihren Annahmen, Vor- und Nachteilen vorgestellt werden.

2.1 Structural Models mit endogener Recovery Rate

Merton's an die Optionspreistheorie angelehnte Arbeit (Merton (1974)) stellt die Basis für die erste Form der Kreditrisikomodelle – die sogenannten structural models – dar. In diesen Modellen wird der Ausfall eines Unternehmens von einem Prozess der Vermögenswertentwicklung des Unternehmens ausgelöst. Das Risiko eines Ausfalls hängt dabei u.a. von der Varianz des Firmenwertes ab. Wenn das Vermögen V zum Rückzahlungszeitpunkt T der Schulden weniger wert ist als die Verbindlichkeiten X des Unternehmens spricht man von einem Ausfall. Die Kreditgeber erhalten am

Laufzeitende also entweder den Nennwert ihrer Ansprüche oder, bei einem Ausfall, das gesamte Restvermögen des Unternehmens. Die Auszahlungsfunktion ist somit das Minimum aus dem Nominalbetrag der Verbindlichkeiten und den Vermögenswerten:

$$\min\{X, V_T\}$$

Als Modellannahme wird nun vereinbart, dass die gesamten Verbindlichkeiten aus einem einzigen Zerocouponbond bestehen. Dann ist die Auszahlung an die Kreditgeber äquivalent zu dem Nominalbetrag der Verbindlichkeiten abzüglich einer Put-Option auf das Unternehmen mit einem Basispreis gleich diesem Nominalbetrag und einer mit der des Zerocouponbonds identischen Laufzeit. Unter diesen Annahmen lässt sich dann eine explizite Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall risikobehafteter Anleihen herleiten. Diese kann dann auch zur Berechnung des Spreads zwischen risikolosen und risikobehafteten Anleihen verwendet werden.

Erweiterungen des klassischen Modells gab es seither viele – so lassen Black und Cox (1976) auch komplexere Kapitalstrukturen und untergeordnete Kredite zu. Geske (1977) führt zinszahlende Instrumente ein und Vasicek (1984) unterscheidet zwischen kurz- und langfristigen Verbindlichkeiten.

Die Komponenten des Kreditrisikos (Ausfallwahrscheinlichkeit und Recovery Rate) sind im Merton-Modell beide abhängig von der Unternehmensstruktur – also der Volatilität des Firmenwertes und des Verschuldungsgrades (Leverage). Die beiden Komponenten werden häufig auch unterteilt in *business risk* und *financial risk*. Die Recovery Rate ist somit

eine endogene Variable und hängt vom Restwert des Unternehmens ab. Des Weiteren sind die Ausfallwahrscheinlichkeit und die Recovery Rate negativ korreliert.

Obwohl der Merton-Ansatz eine Möglichkeit zur Bestimmung des Kreditrisikos bietet, ist eine Implementierung häufig problematisch. Dies liegt unter anderem an der Notwendigkeit der Schätzung der nicht beobachtbaren Vermögenswerte eines Unternehmens. Ausserdem sind die Hypothesen eines Ausfalls nur am Laufzeitende und das Einhalten der APR bei komplexeren Kapitalstrukturen empirisch zweifelhaft. Nun soll aber der Zusammenhang zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit und Recovery Rate genauer untersucht werden.

Das Vermögen eines Unternehmens folge einer geometrisch Brownschen Bewegung

$$dV = \mu V dt + \sigma V dB_t$$

wobei μ der Driftkoeffizient, σ die Volatilität des Firmenwertes und B_t eine Standardbrownschebewegung sind. Daher ist der Logarithmus des Vermögens zum Zeitpunkt t

$$\log V_t = \log V_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t$$

normalverteilt, und zwar mit Mittelwert $\log V_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t$ und Varianz $\sigma^2 t$. Ein Ausfall liegt dann vor, wenn zum Zeitpunkt t die Vermögenswerte des Unternehmens niedriger sind als seine Verbindlichkeiten. Die Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned} PD &= P(V_t < X_t) = P(\log V_t < \log X_t) \\ &= P\left(\log V_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t < \log X_t\right) \\ &= P\left(\frac{\log \frac{V_0}{X_t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}} < -\varepsilon\right) \\ &= \Phi\left(-\frac{\log \frac{V_0}{X_t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}}\right) = \Phi(-d_2) \end{aligned}$$

wobei Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist und d_2 gemäß dem Black-Scholes Optionspreismodell definiert wird.

Die erwartete Recovery Rate bei einem Ausfall wird nun durch das Verhältnis von Vermögen zu Schulden V/X zum Zeitpunkt t bestimmt. Falls ein Ausfall vorliegt, also $V_t < X_t$ gilt, ist die erwartete Recovery Rate

$$\begin{aligned} RR &= E\left(\frac{V_t}{X_t} \mid V_t < X_t\right) = \frac{V_t}{X_t} e^{\mu t} \frac{\Phi(-d_1)}{\Phi(-d_2)} \\ &= E\left(\frac{V_t}{X_t}\right) \frac{\Phi(-d_1)}{\Phi(-d_2)} \end{aligned}$$

sofern d_1 ebenfalls analog zum Black-Scholes Modell definiert wird:

$$d_1 = \Phi\left(-\frac{\log \frac{V_0}{X_t} + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}}\right)$$

Die erwartete Recovery Rate bei einem Ausfall lässt sich also schreiben als:

$$RR = E\left(\frac{V_t}{X_t}\right) \frac{\Phi(-d_1)}{PD}$$

Mit diesen Gleichungen für PD und RR kann der Zusammenhang zwischen diesen Variablen untersucht werden.

Man kann erkennen, dass in einem solchen Modell mit endogener Recovery Rate bei einem Anstieg der Ausfallwahrscheinlichkeit PD die Recovery Rate RR fällt und umgekehrt. Dies steht in Einklang mit empirischen Beobachtungen bezüglich dieser beiden Größen.

2.2 Structural Models mit exogener Recovery Rate

Um den Nachteil des nur am Laufzeitende möglichen Ausfall zu beseitigen, wurden neue Modelle vorgestellt, die den Ansatz von Merton prinzipiell weiterverfolgen. In diesen Modellen erfolgt ein Ausfall, wenn die Vermögenswerte einen unteren Grenzwert erreichen, vgl. z.B. Hull and White (1995) oder Longstaff and Schwartz (1995). Die Recovery Rate wird hier als exogene Größe unabhängig von den Vermögenswerten des Unternehmens definiert. Meistens wird die Recovery Rate als festes Verhältnis der ausstehenden Schulden definiert und ist daher unabhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit. Durch die exogene Vorgabe eines Grenzwertes und einer festen Recovery Rate ist dies also eine Vereinfachung der ersten Modelle.

Problematisch bleibt jedoch weiterhin die Schätzung der nichtbeobachtbaren Vermögenswerte eines Unternehmens sowie deren Volatilität, die das Hauptproblem aller Firmenwertmodelle darstellt. Häufig ist daher eine Umsetzung dieser Modelle für nicht an der Börse gehandelte Unternehmen sehr schwierig. Um dieses Problem zu umgehen, wurde in den neunziger Jahren eine zweite Form von Kredit-

risikomodellen immer populärer – die sogenannten Reduced Form Modelle.

2.3 Reduced Form Modelle und Recovery Rates

In den *reduced form* Modellen folgen die Ausfälle einem sogenannten stochastischen Intensitätsprozeß, so dass zu jedem Zeitpunkt eine bestimmte Wahrscheinlichkeit für einen unvorhersehbaren Ausfall besteht. Die Ausfallwahrscheinlichkeit und Recovery Rate können stochastisch mit der Zeit variieren.

Die reduced form Modelle basieren nicht auf dem Wert eines Unternehmens, so daß dieser nicht explizit geschätzt werden muß. Der Ausfall einer Firma wird vielmehr als ‚unvorhersehbares‘ und ‚plötzliches‘ Ereignis betrachtet. Die Ausfallwahrscheinlichkeit und die Recovery Rate werden dabei als von einer Bonitätseinschätzung bzw. einem Rating abhängig modelliert. Generell wird eine von der Ausfallwahrscheinlichkeit unabhängige, exogene Recovery Rate angenommen.

Die Recovery Rate wird in den jeweiligen Modellen unterschiedlich definiert. In dem Modell von Jarrow und Turnbull (1995) beträgt die Recovery Rate einer ausgefallenen Anleihe einen exogen vorgegebenen Bruchteil des Marktwertes einer ansonsten identischen aber kreditrisikofreien Anleihe. Bei Duffie und Singleton (1999) hingegen läßt sich bei einer zufälligen Recovery Rate eine geschlossene Bewertungsformel für die Term Structure des Credit Spreads herleiten. Bei Duffie (1998) erhalten alle Schuldner mit Ansprüchen derselben Priorität denselben prozentualen Bruchteil unabhän-

gig von der Laufzeit oder Couponhöhe der Anleihe.

Eine Abhängigkeit der Recovery Rate von der Seniority bzw. der Priorität der Ansprüche ist dabei durchaus sinnvoll, wie Tabelle 1 zeigt, da die Recovery Rates für die Secured Seniority-Klassen signifikant höher ausfallen als für die Unsecured Klassen.

Seniority Class und Recovery Rates	
Senior Secured	59%
Senior Unsecured	48%
Senior Subordinated	34%
Subordinated	31%

Tabelle 1: Durchschnittliche Recovery Rates nach Seniority-Klasse (Quelle: Merrill Lynch)

Zhou (2001) wiederum kombiniert die Vorteile eines stochastischen Prozesses hinter dem Ausfall der structural form Modelle mit der Unvorhersagbarkeit des Ausfalls der reduced form Modelle. Dabei wird der Vermögensprozess eines Unternehmens als Sprungdiffusionsprozess modelliert. Die Recovery Rate ist dabei wieder abhängig vom Unternehmenswert nach einem Ausfall. Somit ist in diesem Modell die Variation der Recovery Rate endogen.

Leider können auch diese Modelle die beobachtete Term Structure of Credit Spread häufig ebenfalls nur bedingt erklären. Durch die Einführung von z.B. Risikoprämien werden dann aber die Modelle teilweise auf Marktpreise kalibriert und liefern häufig zumindest bessere Ergebnisse als die Structural Modelle. Eine genauere Untersuchung bzw. verbesserte Modellierung der Recovery Ra-

te wäre aber mit Sicherheit auch in den Reduced Form Modellen sinnvoll.

2.4 Ein Modell mit einem systematischen Risikofaktor

Ein neuerer Ansatz zur Modellierung der Recovery Rate und deren Beziehung zur Ausfallwahrscheinlichkeit stammt von Frye (2000). In diesem Modell werden die Ausfälle von einem einzigen systematischen Faktor (z.B. dem Zustand der Ökonomie bzw. der Gesamtwirtschaftslage) getrieben. Dieser Faktor muß jedoch zunächst nicht genau spezifiziert werden. Frye vermutet, dass dieselben ökonomischen Bedingungen, die die Default Rate zum Steigen bringen, auch die Recovery Rate zum Fallen bringen. Daher basieren in dem Modell die Ausfallwahrscheinlichkeit PD und die Recovery Rate RR auf dem Zustand desselben systematischen Risikofaktors. Die negative Korrelation der beiden beruht folglich auf der Abhängigkeit beider Größen vom systematischen Risikofaktor X.

Das Vermögen jedes Unternehmens und somit auch die Recovery Rate sei abhängig von X. Nimmt X kleine Werte an - d.h. ist X unter gewissen Verteilungsannahmen z.B. einer Standardnormalverteilung stark negativ, so steigt die Ausfallrate über ihren und die Recovery Rate sinkt unter ihren durchschnittlichen Wert. Jedes Unternehmen hänge nun zusätzlich von einem weiteren firmenspezifischen unsystematischen Faktor X_j ab. Das Wert der Firma A_j eines Unternehmens lässt sich dann folgendermaßen schreiben:

$$A_j = pX + \sqrt{1-p^2} \cdot X_j$$

wobei X und X_j standardnormalverteilt und somit auch A_j $N(0,1)$ -verteilt sind. Der Parameter p stellt dabei die Sensitivität des Vermögenswertes zum systematischen Risikofaktor dar.

In dieser Modellwelt kommt es beim Unterschreiten eines Schwellenwertes durch das Vermögensniveau zu einem Ausfall der Firma. Sei D_j der Ausfall der Firma j und PD_j dessen Wahrscheinlichkeit, dann ist

$$D_j = \begin{cases} 1, & \text{falls } A_j \leq \Phi^{-1}(PD_j) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

In einem großen, diversifizierten Portfolio gilt dann nach dem starken Gesetz der großen Zahlen unter einer fixierten Realisation x des systematischen Risikofaktors X für die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit eines Unternehmens DF_j :

$$\begin{aligned} DF_j &= P(A_j < \Phi^{-1}(PD_j) | X = x) = \\ &= P(px + \sqrt{1-p^2} X_j \leq \Phi^{-1}(PD_j)) \\ &= \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD_j) - px}{\sqrt{1-p^2}}\right) \end{aligned}$$

Offensichtlich führen kleine – also negative – Werte von X zu einer Erhöhung der Ausfälle von Unternehmen, was z.B. bei einer Betrachtungsweise von X als makroökonomischen Faktor durchaus sinnvoll ist.

Wenden wir uns nun der Recovery Rate eines Unternehmens j zu, welche ebenfalls sowohl von dem systematischen Risikofaktor X als auch von einem unsystematischen Faktor Z_j abhängt:

$$RR_j = \mu_j + \sigma q X + \sigma \sqrt{1-q^2} \cdot Z_j$$

Z_j sei standardnormalverteilt und unabhängig von X . Daher ist RR_j auch normalverteilt mit Mittelwert μ und Varianz σ^2 . Wieder ist q der Sensitivitätsfaktor – es gilt also für den Firmenwert der Firma A_j bzw. die Recovery Rate RR_j :

$$\text{corr}(A_j, X) = p \text{ und } \text{corr}(RR_j, X) = q.$$

Mittels Maximum Likelihood-Schätzung kann das Modell dann an historische Daten angepasst werden, vgl z.B. der aus Frye (2000) entnommenen Tabelle. Dabei wird zuerst der Parameter p aus den Defaultdaten geschätzt, woraus sich der jährliche Wert von X ermitteln lässt. Danach ist die Schätzung der restlichen Parameter aus den Recoverydaten möglich.

Offensichtlich impliziert der in Tabelle 2 berechnete Schätzer für σ eine große Unsicherheit bei jedem Ausfall. Eine Schwankung von $3 \cdot \sigma$ entspricht Recovery Rates zwischen 0% und 96%. Aufgrund der Verteilung der Recoverydaten über die Jahre und der kleinen

Schätzer der Modellparameter	
corr(A,X)	0,23
corr(RR,X)	0,17
Sigma	0,32
mu(seniorsecured)	0,47
mu(seniorunsecured)	0,7
mu(seniorsubordinated)	0,12
mu(subordinated)	0,41

Tabelle 2: Schätzung der Modellparameter im von Frye (2000) vorgeschlagenen Modell

Datenmenge von nur 405 Ausfällen, fallen die erwarteten mittleren Recoveries

nicht streng mit der Seniorityklasse - wie dies theoretisch zu erwarten wäre. Grund hierfür ist z.B., dass auf bestimmte Jahre mit hohen Default- und niedrigen Recoverydaten nur ein relativ kleiner Teil der Recoveries Senior Subordinated entfällt, wohingegen in anderen Klassen durchschnittlich 35% der Unternehmen in diesen Jahren ausgefallen sind. Dadurch wird der Einfluß des systematischen Risikofaktors X auf diese Klasse unterschätzt und μ erhält einen recht niedrigen Wert.

Dennoch ist die Modellannahme einer von einem systematischen Risikofaktor abhängigen Ausfallwahrscheinlichkeit und Recovery Rate eine intelligente Möglichkeit der Abhängigkeitsmodellierung. Ein auf diesem Modell basierendes Vorgehen war die Grundlage für die Berechnung der Risikogewichte und Recovery Rates im Internal Rating Based-Ansatz der neuen Basler Eigenkapitalvereinbarung.

2.5 Recovery Rates in Kreditrisikomodellen aus der Praxis

Zur Bestimmung des potenziellen Kreditverlustes eines kreditrisikobehafteten Portfolios wurden in der Praxis bereits einige Kreditrisikomodelle implementiert. Häufig ist man hier vor allem am sogenannten Credit-Value-at-Risk interessiert, also dem Verlust, der bei Eintritt eines „worst-case“ Szenarios maximal auftreten würde.

Zu den wohl bekanntesten Produkten zählen hierbei CreditRisk+ von Credit Suisse Financial Products oder CreditMetrics von JP Morgan, aber auch CreditPortfolioView von McKinsey oder CreditManager von Risk Metrics Group.

In den oben genannten Modellen wird die Recovery Rate häufig als exogen vorgegebene Konstante (CreditRisk+) oder als von der Ausfallwahrscheinlichkeit unabhängige, z.B. beta-verteilte Zufallsvariable modelliert.

Modell	Modellierung LGD
CreditMetrics	LGD als stochastische Variable, Beta-verteilt
	PD und Recovery Rate unabhängig
CreditRisk+	LGD konstant
	PD und Recovery Rate unabhängig
Credit Portfolio View	LGD als stochastische Variable
	PD und Recovery Rate unabhängig
Credit Manager	LGD als stochastische Variable
	PD und Recovery Rate unabhängig

Tabelle 3: Recovery Rates-Modellierung in bestehenden Modellen aus der Praxis

Eine kurze Übersicht über die Modellierung in den vier oben zitierten Applikationen zur Berechnung des Credit Value-at-Risk bietet Tabelle 3.

Die Modelle können hinsichtlich der Modellierung von Ausfallwahrscheinlichkeiten und des Credit Value-at-Risk als sehr versiert angesehen werden. Hinsichtlich der Modellierung der Recovery Rate wurden allerdings meist zu wenig Überlegungen angestellt. Denn die Annahme einer konstanten Recovery Rate oder auch die Modellierung als stochastische Variable unabhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit stehen letztendlich im Gegensatz zu den empirischen Belegen, die eine deutliche negative Korrelation zwischen Recovery Rate und Ausfallwahrscheinlichkeit aufzeigen.

Im zweiten Teil der Arbeit, der in der nächsten Ausgabe erscheinen wird, soll nun dieser Zusammenhang näher untersucht und erläutert werden.

Kontakt:

Stefan Trück

Universität Karlsruhe
Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie,
Kollegium am Schloß, Gebäude 20.12
76128 Karlsruhe
Tel.: ++49.721.608.8113
email: stefan@lsoe.uni-karlsruhe.de

Literatur:

Altman, Edward I. Et al (2001), Analyzing and explaining default recovery rates, A Report Submitted to the International Swaps & Derivatives Association.

Altman, Edward I. and Cyrus, Keith (2001), The performance of defaulted bonds and bank loans 1987-2000. NYU Salomon Center Working Paper Series, January.

Basel Committee on Banking Supervision (1999), A new capital adequacy framework.

Basel Committee on Banking Supervision (2001), The basel capital accord.

Black, Fischer and Scholes, Myron (1973), The pricing of options and corporate liabilities, Journal of Political Economics

Cox, John and Black, Fischer (1976), Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions, Journal of Finance.

Duffie, Darrell (1998), Defaultable term structure models with fractional recovery of par, Graduate School of Business, Stanford University

Duffie, Darrell und Singleton, Kenneth (1999), Modeling the term structures of defaultable bonds, Review of Financial Studies.

Fridson, Martin S. (2000), Recovery rates: The search for meaning, Merrill Lynch Publications.

Frye, Jon (2000), Depressing recoveries, Risk Magazine.

Geske, Robert (1977), The valuation of corporate liabilities as compound options, Journal of Financial and Quantitative Analysis.

Hamilton, David T. (2001), Default and recovery rates of corporate bond issuers: 2000, Moody's Investor Service.

Hull, John and White, Alan (1995), The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities, Journal of Banking and Finance.

Jarrow, Robert and Turnbull, Stuart (1995), Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk, Journal of Finance.

Longstaff, Francis and Schwartz, Eduardo (1995), A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt, Journal of Finance.

Merton, Robert C. (1974), On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates, *Journal of Finance*.

Moody's (2002), Default and recovery rates of corporate bond issuers: A statistical review of moody's ratings performance 1970-2001.

Vasicek, Oldrich (1984), Credit valuation, *KMV Publications*.

Zhou, Chunsheng (2001), The term structure of credit spreads with jump risk *Journal of Banking and Finance*.