

Was ist Extremwerttheorie?

Autorin
Dr. Valerie Chavez-Demoulin

ist Mitarbeiterin am
„Department of Mathematics“
der Eidgenössischen
Technischen Hochschule
Zürich (ETH)

Danksagung:
Diese Arbeit wurde zum
Teil von der Swiss National
Science Foundation durch
NCCR Finrisk unterstützt.

Roland Emmerich lässt in seinem aktuellen Film „The Day After Tomorrow“ die Stadt New York zunächst überfluten und dann durch eine anbrechende Eiszeit einfrieren. Gerade weil hier dem Zuschauer Entwicklungen in wenigen Minuten gezeigt werden, die sich normalerweise über Jahrzehnte erstrecken würden, hat es dieser Streifen geschafft, „das Volk wachzurütteln“. Vom statistischen Standpunkt aus sind Klimakatastrophen „Extremwerte“, die mit entsprechenden Methoden aus der Extremwerttheorie (Extreme Value Theorie, EVT) modelliert werden können. Auch für die Modellierung von Terroranschlägen kann dieser Zweig der Statistik sinnvoll eingesetzt werden.

Wie hoch sollte ein Damm gebaut werden, um höchstens einmal in hundert Jahren überschwemmt zu werden? Welche Auswirkungen könnte ein Börsencrash morgen haben? Viele Fragen aus dem echten Leben erfordern Schätzungen. Aber wenn es keine Daten oder nur sehr wenige Beobachtungen gibt – und per Definition sind extreme Ereignisse selten – werden wichtige Schätzungen öfter nach Gefühl als auf Grund von Tatsachen gemacht. Die EVT ist ein Spezialgebiet der Statistik, das sich mit solch seltenen Situationen beschäftigt und eine Alternative zum reinen Raten bietet. Dabei kann einem die EVT in der Tat Kopf und Kragen retten.

Das Unbekannte bringt einen um

Die berühmten Worte von Frank Clancy „die normalen Risiken der Wüste sind: Klapperschlangen, Hitze und Wassermangel“ sagen uns, mit welchen Risiken wir bei unserem nächsten Ausflug in die Wüste rechnen müssen. Nun können wir uns entsprechend vorbereiten. Erst das Unbekannte wird schwierig.

Hätte die EVT das Space Shuttle Challenger retten können? Die Explosion der Challenger am 28. Januar 1983 ist auch für das Risiko-Management

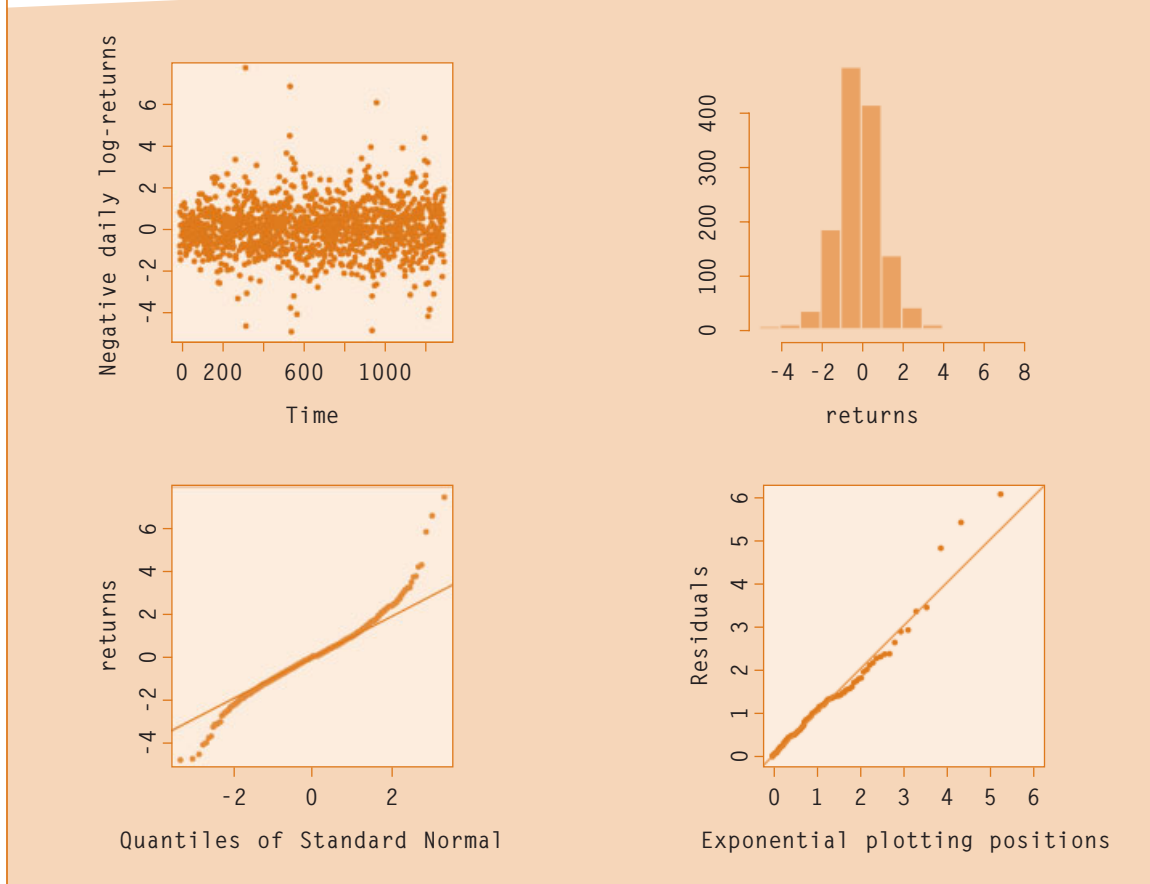
von Interesse, da sie die Folge eines extremen Ereignisses war: die erstaunlich niedrige Temperatur (15 Grad Fahrenheit weniger als der bisher kälteste Start) war für das Versagen der O-Ringe verantwortlich und führte damit zur Katastrophe. Obwohl keine Messdaten für so niedrige Temperaturen vorlagen, hätte eine einfache EVT-Analyse gezeigt, dass bei so niedrigen Temperaturen nicht gestartet werden sollte.

Was sind Extreme? Was gehen sie mich an?

Extreme sind ungewöhnliche oder seltene Ereignisse. Bei klassischen Datenanalysen werden Extreme oft als Ausreißer verharmlost oder ganz und gar ignoriert. Damit werden die realen Daten vergewaltigt, um gut zu einem Modell zu passen. Benötigt man nur Schätzungen alltäglicher Ereignisse, kann man extreme Daten vielleicht ignorieren, aber sobald man sich für seltene Vorkommnisse zu interessieren beginnt, sollte man die EVT verwenden. Vor allem, weil gerade hier die Situationen sind, in denen das Meiste zu gewinnen oder zu verlieren ist: Börsencrashes, Naturkatastrophen, Kriege, ...

Für den Laien sind Erdbeben, Wirbelstürme und Börsencrashes überraschende Phänomene, die keinen offensichtlichen Regeln folgen. Aber durch sorgfältige Analysen konnten Verteilungen gefunden werden, mit denen diese extremen Ereignisse annehmbar modelliert werden können. Stellt man die Körpergröße vieler Menschen in einem Histogramm dar, wird man auf die bekannte Glockenkurve der Normalverteilung stoßen. Erstaunlich viele Daten aus dem echten Leben genügen dieser und verwandten Verteilungen, die sehr gut verstanden sind und leicht berechnet werden können. Wenn man jedoch an den Enden (tails) der Verteilungen einen Blick auf die extremen Werte wirft, fällt auf, dass diese Enden „dicker“ (heavy tailed) sind als von den klassischen Verteilungen vorhergesagt (vgl. Abb. 1).

Abb. 1: Beispiele für Verteilungen



Zum ersten Mal in der Geschichte des Planeten verändert der Mensch das Klima spürbar und möglicherweise unumkehrbar, ohne eine Ahnung der Folgen zu haben. Die wirtschaftlichen und die versicherten Schäden sind seit 1960 um den Faktor 3 bzw. 5 gestiegen. Wir haben hier eindeutig einen Trend, den man ohne Übertreibung als dramatisch bezeichnen kann.

Münchner Rück, 1990

Die hier gezeigten Abbildungen machen dies deutlich: links oben sind die täglichen negativen Log>Returns des Dow Jones Index (DJI) ersichtlich. In der Finanzmathematik arbeitet man oft mit den Log>Returns, da diese Verteilung einfacher modelliert werden kann als die rohen Daten. Rechts oben ist das Histogramm der Returns dargestellt. Links unten wird deutlich, dass eine Normalverteilung auf die Daten nicht gut gefittet werden kann, besonders an den Enden der Verteilung gibt es Probleme. Rechts unten ist ersichtlich, dass eine einfache EVT-Modellierung bereits einen sehr guten Fit ergibt, für die drei Ausreißer (z. B. Crashes) müsste man eine anspruchsvollere Methode wählen.

Einige haben es erkannt ...

Viele Experten aus verschiedensten Bereichen haben mittlerweile die Vorteile der EVT erkannt. Ihre spezifischen Problembereiche liefern alle Daten mit den oben erwähnten „dicken Enden“. Versicherungsunternehmen, besonders Rückversicherungen, müssen beispielsweise die Kos-

ten großer Versicherungsschäden vorhersagen. Der schnelle Klimawandel macht diese Aufgabe wichtiger denn je.

Extremes Wetter führt zu extremen Kosten. Die europaweiten Überschwemmungen im Sommer 2002 haben die Versicherungsfirmen geschätzte 2,5 Milliarden Euro gekostet. Dies ist im Vergleich zum Erdbeben von Kobe aber nur eine Kleinigkeit: Hier sollen hier zwischen 100 und 150 Milliarden US-Dollar bezahlt worden sein.

Das Ende der letzten Dekade war von der signifikanten Instabilität der weltweiten Finanzmärkte gezeichnet. Dies hat zu heftiger Kritik an den existierenden Risikomanagement-Systemen geführt und die Suche nach besseren Methodologien motiviert, die mit seltenen Ereignissen mit gewichtigen Konsequenzen zurechtkommen. Die EVT kann diesen Anforderungen gerecht werden.

Das Baseler Komitee der Bank of International Settlement (BIS) führte zu Beginn der 90er Jahre

Mit zunehmender Globalisierung werden wir mehr Krisen erleben. Im Moment ist unser gesamter Fokus auf das Extreme gerichtet – was ist das Schlimmste, was einem in jeder Situation passieren kann – da wir das nie wieder erleben wollen.

John Meriweather

Die echten Preisbeobachtungen hörten nicht auf, den Black&Scholes-Formeln zu widersprechen. Die Aussage, dass die Volatilität konstant ist, ist nicht gesichert. Konstant? Viel eher folgt sie den Herzen der Trader! ... Die Mathematik muss diese Formeln korrigieren, so dass sie der Realität entsprechen.

Paul Embrechts

Es wird immer ein bisschen Zweifel bleiben, da man in Gebiete extrapoliert, über die man nichts weiß. Die EVT macht das Beste aus welchen Daten man auch immer über extreme Phänomene hat.

Richard Smith

Die Schlüsselbotschaft ist, dass die EVT keine Wunder vollbringen kann – aber es kann sehr viel besser sein als empirisches Kurven-Fitten und reines Raten.

Meine Antwort an die Skeptiker ist, wenn Experten nicht gut fundierte Methoden wie EVT benutzen, werden sie stattdessen nur dubiose verwenden.

Jonathan Tawn

den Value-at-Risk (VaR) als Standardrisikomaß ein, um Portfoliobesitzer vor schlechten Marktbedingungen und übergroßen Risiken zu warnen [siehe hierzu RISKNEWS 02/2004, S. 50]. Die üblichen Standardmethoden zur VaR-Berechnung setzen eine Normalverteilung der Daten voraus. Oft ist diese Annahme aber überhaupt nicht zutreffend, da man weiß, dass die unbedingte Verteilung der Finanz-Zeitreihe ein „dickes Ende“ hat. Um diese Enden zu modellieren und damit den VaR zuverlässiger zu bestimmen, werden auch in der Finanzindustrie seit kurzem EVT-Methoden verwendet.

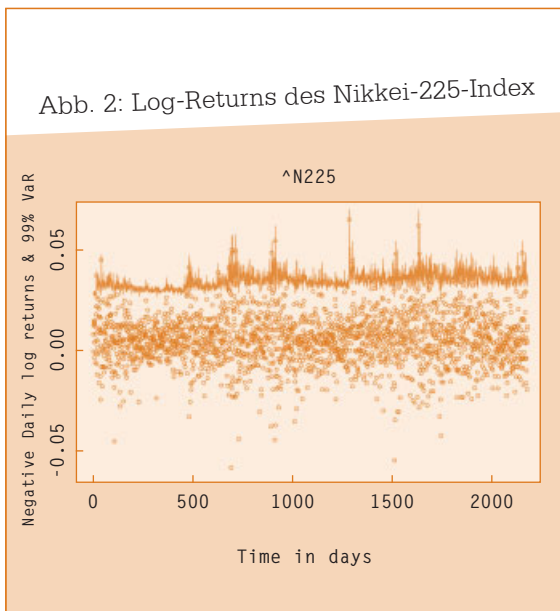


Abb. 2 zeigt die negativen täglichen Log>Returns des Nikkei-225-Index (01. Januar 1997 bis 01. Januar 2001), die obere Linie ist der geschätzte 99-Prozent-VaR gegen die Zeit in Tagen. Dieser Ansatz der VaR-Schätzung ist eine Erweiterung des klassischen EVT-Modells und erlaubt realistische Modelle. Eine Backtesting-Studie würde zeigen, wie exakt diese Methoden den VaR schätzen.

Long Term Capital Management (LTCM), ein hoch geschätzter Hedge Fund, brach im September 1998 fast zusammen [siehe hierzu RISKNEWS 03/2004, S. 42–46]. John Meriweather und die Nobelpreisträger Robert Merton und Myron Scholes führten einen großen Hedge Fund mit gewaltiger Hebelwirkung durch Verschuldung: LTCM hatte im schlimmsten Fall mit 20 Prozent Verlust gerechnet, anstatt mit den 60 Prozent, die sie hatten, sobald die Probleme aufgetreten waren. Sorgfältige EVT-basierte Analysen hätten LTCM darauf hingewiesen, dass ihr Schätzwert bei weitem zu niedrig lag.

Doch nicht nur in der Finanzwelt findet die EVT ein begeistertes Publikum. Auch der Datentransfer im Internet, strukturelle Belastbarkeit oder Biotech-Analysen und viele weitere Bereiche bieten sich für EVT-Anwendungen an, da hier die Datenverteilungen ebenfalls „dicke Enden“ haben.

Sogar „normale“ Firmen sollten die Einsatzmöglichkeiten der EVT überprüfen, denn ihre Risiko-Manager müssen sich Gedanken um Ereignisse machen, die mit geringer Wahrscheinlichkeit eintreten, aber zu katastrophalen Verlusten führen können.

Eigentlich dreht sich ja alles um die Frage: „Wenn es schief geht, wie schief kann es gehen?“ Daher ist das Problem die Modellierung seltener Phänomene, welche fast immer außerhalb des Bereichs der vorhandenen Beobachtungen liegen. In solchen Situationen ist es wichtig, auf gut fundierte Methodologien zurückzugreifen. Die EVT bietet eine bestätigte und erprobte theoretische Basis, auf der wir statistische Modelle zur Beschreibung extremer Ereignisse bilden können.

Kein Allheilmittel, aber besser als nichts

Die EVT ist der wissenschaftlichste Ansatz zu einem schwierigen Problem: die Vorhersage der Größe von seltenen Ereignissen. Die EVT wird sich als ein Arbeitsmittel von Risiko-Managern zunehmend verbreiten. Jedoch kann nur integriertes Risikomanagement erfolgreich sein, da man ansonsten Portfolio-Effekte verliert und eventuell das falsche Problem löst, wenn nicht alle Risiko-Faktoren zusammen betrachtet werden. Die EVT-Forschung hat auch Wege gezeigt, wie man verschiedene Risiko-Faktoren kombiniert.

Wenn Sie „dicke Enden“ vorfinden, sollten Sie den Einsatz der EVT in Betracht ziehen, da es zu teuer werden könnte, sie zu ignorieren. Wie jedes andere Modell ist aber auch die EVT nur eine Abstraktion der Realität und kein Allheilmittel: keine Wissenschaft kann menschliche Erfahrung, Fachwissen und Intuition vollkommen ersetzen.

Postscriptum: Extreme können auch positiv sein, sie sind das Beste und das Schlimmste im Leben. ■