Auf dem falschen Dampfer?

Anwendung des Bayes-Theorems zur Risiko-Abschätzung in der strategischen Unternehmensplanung

Durch die zunehmende Globalisierung und Dynamisierung des Marktumfelds sind Unternehmen mit immer größeren Unsicherheiten konfrontiert. Beispielhaft sollen an dieser Stelle nur die folgenden Fragen genannt werden: wie sind die Marktchancen eines neuen Produkts? Wie sieht die Kreditwürdigkeit eines neuen Geschäftspartners aus? Wie wird sich die Konkurrenz verhalten? Wie wird sich der Preis entwickeln? Zur Beantwortung dieser und ähnlicher Fragen ist oftmals die Quantifizierung von Wahrscheinlichkeiten notwendig. Erfahrungsgemäß ist die Generierung solcher Wahrscheinlichkeiten aber alles andere als einfach.

Autor
Dr. Shuqin Zhou

arbeitet im Financial Controlling der Infineon Technologies AG. Kontakt: shuqinzhou@hotmail.com

In vielen Fällen kann die Genauigkeit der quantitativen Wahrscheinlichkeitsschätzung durch Anwendung des Bayes-Theorems erheblich erhöht werden. In manchen Branchen ist dieser Ansatz bereits weit verbreitet, wie etwa bei der medizinischen Diagnose, der Erforschung der Ursachen von Flugzeugabstürzen oder der Messung des Kreditausfallrisikos. Bei betriebswirtschaftlichen Problemen findet man dagegen nur wenige Anwendungen des Bayes-Theorems. Im vorliegenden Beitrag wird gezeigt, wie diese Methode im Kontext der Unternehmensstrategie angewendet werden kann.

Quantifizierung von Wahrscheinlichkeiten

Die Erwartungen über unsichere Ereignisse werden häufig in recht vager Form ausgedrückt, wie etwa: „Es sieht so aus, als ob der asiatische Markt den europäischen Markt in drei Jahren überholen wird", „Die Unfallwahrscheinlichkeit in Großstädten ist erheblich höher als auf dem Land" oder „Vermutlich wird der Wechselkurs des Euro zum US-Dollar im nächsten Jahr weiter sinken."

Solche sprachlichen Ausdrücke sind nicht nur ungenau, sondern werden auch von Person zu Person unterschiedlich interpretiert: was unter Ausdrücken wie „selten", „möglich", „wahrscheinlich", „ziemlich sicher" etc. nun genau zu verstehen ist, bleibt oft unklar. Im Gegensatz zu solch unbestimmten Begriffen haben quantitative Wahrscheinlichkeiten den Vorteil, dass sie intersubjektiv eindeutig verständlich sind: man kann sie vergleichen, diskutieren und verarbeiten, um eine Entscheidung zu treffen. Beispielsweise wird für die Unternehmensplanung eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Absatzmenge eines Produkts gesucht, so dass die Produktionskapazitäten strategisch geplant werden können.

Zur Ermittlung und Quantifizierung der Wahrscheinlichkeit solch unsicherer Ereignisse bietet sich eine Reihe von Messmethoden an, etwa die direkte oder indirekte Wert- beziehungsweise Wahrscheinlichkeitsabfrage oder die Bildung von Verteilungsfunktionen. Diese Messmethoden sind sehr nützlich und leicht verständlich. Beschränkungen bei der Anwendung ergeben sich aber aufgrund der praktisch unvermeidlichen Inkonsistenzen, einer unvollständiger Datenbasis, der unkorrekten Verarbeitung, und vor allem wegen menschlicher Denkfehler.

Darstellung des Bayes-Theorem

Das Bayes-Theorem gibt an, wie man die A-priori-Wahrscheinlichkeit einer Hypothese mit den bedingten Wahrscheinlichkeiten für bereits eingetretene Ereignisse kombinieren muss, um die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit (also die Wahrscheinlichkeit, dass eine Hypothese zutrifft, nachdem das Eintreten eines bestimmten Ereignisses berücksichtigt worden ist) einer Hypothese zu bestimmen. Mathematisch ist dieser Zusammenhang mit folgender Formel auszudrücken. Die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ für die Gültigkeit der Hypothese A nach Eintritt des Ereignisses B beträgt

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \times P(A)}{P(B)}$$

Hierbei ist *P(A)* die A-priori-Wahrscheinlichkeit für die Hypothese A und *P(B|A)* die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis *B* unter der Bedingung, dass *A* gilt – auch „Likelihood“ genannt. Die besondere Bedeutung des Bayes-Theorems liegt nun darin, dass es genutzt werden kann, zunächst (a priori) angenommene Wahrscheinlichkeiten im Licht neuer Daten zu revidieren.

Überraschende Ergebnisse des Bayes-Theorems

Bei der Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten unterschätzen Menschen oft die kumulative Kraft von eingetretenen Ereignissen. Häufig vergessen sie auch, die A-priori-Wahrscheinlichkeiten mit zu berücksichtigen. Wie das folgende Beispiel zeigt, führt die Anwendung des Bayes-Theorems dadurch gelegentlich zu überraschenden Ergebnissen, die der Intuition zuwiderlaufen.

Wenn beispielsweise der Befund einer Person bei einem Krebstest positiv ist, der in fünf Prozent der Fälle ein falsches Ergebnis anzeigt, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person Krebs hat? Die meisten Menschen würden sich wohl erhebliche Sorgen machen und glauben, dass sie mit 95-prozentiger Sicherheit Krebs haben. Dieser Denkfehler resultiert daraus, dass die A-priori-Wahrscheinlichkeit nicht berücksichtigt wurde. Nimmt man an, es handele sich in dem Beispiel um eine relativ seltene Krebsart, die nur bei einem von 10.000 Menschen auftritt, dann beträgt die A-priori-Wahrscheinlichkeit für das Vorliegen der Krankheit – sofern keine sonstigen Anzeichen auf eine Erkrankung der Person hindeuten – nur 0,01 Prozent. Die Berechnung nach dem Bayes-Theorem zeigt ein sehr überraschendes Ergebnis: die Wahrscheinlichkeit, dass die betreffende Person unter den genannten Voraussetzungen tatsächlich an Krebs erkrankt ist (also die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit), liegt bei

$$\frac{0{,}95 \times 0{,}0001}{0{,}95 \times 0{,}0001 + 0{,}05 \times 0{,}9999} = 0{,}0019$$

oder 0,19 Prozent.

Anwendung des Bayes-Theorems in der Strategischen Planung

Wie bereits erwähnt, ist die Anwendung des Bayes-Theorems in wirtschaftlichen Bereichen noch nicht sehr weit verbreitet. Im Folgenden werden einige Beispiele zeigen, wie man diese Methode auch zur Einschätzung der Chancen und Risiken betriebswirtschaftlicher Entscheidungen nutzen kann.

Fallbeispiel I: Neueinführung von Produkten

Ein Waschmittelhersteller überlegt, ein neues Produkt auf dem Markt einzuführen. Bevor er die erforderlichen Investitionen tätigt, sollen die Erfolgschancen auf einem kleinen regionalen Testmarkt erkundet werden.

Aufgrund der bestehenden Erfahrungen mit vergleichbaren Produkten und der Beurteilung des Managements kann man folgende Einschätzung (A-priori-Wahrscheinlichkeit) für den Erfolg auf dem Gesamtmarkt treffen:

Szenarien:	Wahrscheinlichkeit $P(S_j)$
S_1: sehr gut	25%
S_2: Mittel	45%
S_3: schlecht	30%

Die bedingen Wahrscheinlichkeiten (Likelihoods) für einen Erfolg auf dem Testmarkt werden gemäß der folgenden Tabelle (unten) eingeschätzt, aus der sich die Beziehungen zwischen Gesamt- und Testmarkt ablesen lassen: wenn auf dem Gesamtmarkt beispielsweise „sehr gute“ Bedingungen herrschen, liegt die Wahrscheinlichkeit für ein sehr gutes Ergebnis im Testmarkt bei 35 Prozent und die Wahrscheinlichkeiten für ein mittleres

Bedingung:	Testergebnisse (Likelihoods), $P(T_i/S_j)$			
Gesamtmarkt	T_1: sehr gut	T_2: Mittel	T_3: Schlecht	Gesamt
S_1: sehr gut	35%	40%	25%	100%
S_2: Mittel	10%	75%	15%	100%
S_3: Schlecht	5%	25%	70%	100%

	Gemeinsame Wahrscheinlichkeit der Testergebnisse $P(T_i/S_j)$ x $P(S_j)$			
Gesamtmarkt	T_1: sehr gut	T_2: Mittel	T_3: Schlecht	Gesamt
S_1: sehr gut	8,8%	10%	6,3%	25%
S_2: Mittel	4,5%	33,8%	6,8%	45%
S_3: Schlecht	1,5%	7,5%	21%	30%
P(Ti)	14,8%	51,3%	34%	100%

oder schlechtes Ergebnis im Testmarkt bei 40 beziehungsweise 25 Prozent.

Die Verteilung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten von Marktbedingungen und Testergebnissen auf dem Testmarkt P(T) ergeben sich nun durch die Multiplikation der A-priori-Wahrscheinlichkeit P(S) und der Likelihood P(T/S) (s. Tabelle oben).

Aus den errechneten Werten lässt sich nun beispielsweise die Aussage ableiten, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 14,8 Prozent mit einem sehr guten Ergebnis im Testmarkt gerechnet werden kann, während die Wahrscheinlichkeit für ein mittleres oder schlechtes Ergebnis bei 51,3 Prozent beziehungsweise 34 Prozent liegt. Die A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten für den Zustand S des Gesamtmarktes nach Kenntnis des Ergebnisses auf dem Testmarkt ergeben sich nun nach der Formel:

$P(S_j/T_i) = P(T_i/S_j) \text{ x } P(S_j) / P(T_i)$

Insgesamt ergeben sich die in der Tabelle unten dargestellten Zusammenhänge:

Das Bayes-Theorem zeigt in diesem Beispiel, wie man die A-priori-Wahrscheinlichkeiten für die Situation des Gesamtmarktes korrekt revidiert, wenn das Testergebnis vorliegt. Wenn im Testmarkt ein sehr gutes Ergebnis eintritt (T_1), dann liegt die Wahrscheinlichkeit für ein sehr gutes Ergebnis im Gesamtmarkt bei 59 Prozent. Die Wahrscheinlichkeit für ein schlechtes Ergebnis beträgt nur noch 10 Prozent. Stellt sich jedoch im Testmarkt ein schlechtes Ergebnis ein, beträgt die Chance für ein sehr gutes Ergebnis im Gesamtmarkt lediglich 18 Prozent. Dagegen wird das Ergebnis im Gesamtmarkt mit einer Wahrscheinlichkeit von 62 Prozent schlecht sein.

Fallbeispiel II: Wettbewerbsanalyse

Drei europäische Anbieter konkurrieren um den Auftrag eines asiatischen Kunden. Dieser hat von allen drei Anbietern ein Angebot erhalten. Obwohl er schon eine gewisse Tendenz zu einem der Anbieter zeigt, ist noch keine endgültige Entscheidung gefallen. Aus strategischen Überlegungen ist der Auftrag insbesondere für Anbieter A sehr wichtig. Dieser ist sogar bereit, einen gewissen Verlust in Kauf zu nehmen. Durch seine guten Beziehungen ist es Anbieter A gelungen, von einem Einkäufer des Kunden zu erfahren, dass Anbieter C keine Chance mehr hat, den Auftrag zu erhalten. Anbieter A freut diese Nachricht, denn er denkt, dass er nun eine 50-prozentige Chance, den Auftrag zu erhalten. Tatsächlich liegt seine Chance jedoch nach wie vor bei 1 zu 3.

Dieses (scheinbar überraschende) Ergebnis ist mit Hilfe des Bayes-Theorems plausibel zu begründen: zunächst ist davon auszugehen, dass der Insider natürlich keine Information preisgeben will, die einen Rückschluss auf den wahrscheinlichen Gewinner des Auftrags zulässt. Um A nicht

$P(S_j/T_i)$ auf Gesamtmarkt:	Bei Testergebnis		
	T_1: sehr gut	T_2: Mittel	T_3: Schlecht
S_1: sehr gut	59%	19%	18%
S_2: Mittel	31%	66%	20%
S_3: Schlecht	10%	15%	62%
Gesamt	100%	100%	100%

zu verärgern, wird er ihn außerdem nicht als wahrscheinlichen Verlierer bezeichnen, selbst wenn A in der schlechtesten Ausgangsposition wäre.

In der oben skizzierten Entscheidungssituation existieren also die folgenden Szenarien:

S_1: Anbieter A bekommt den Auftrag
S_2: Anbieter B bekommt den Auftrag
S_3: Anbieter C bekommt den Auftrag

Bevor irgendwelche Zusatzinformationen vorliegen, ist von der Chancengleichheit der einzelnen Wettbewerber auszugehen. Die Apriori-Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Szenarien sind also: $P(S_1) = P(S_2) = P(S_3) = 1/3$

Der Einkäufer wird nun einen Anbieter als wahrscheinlichen Verlierer bennenen. Für ihn bestehen also die folgenden Handlungsoptionen:

X_1: Insider nennt A als Verlierer
X_2: Insider nennt B als Verlierer
X_3: Insider nennt C als Verlierer

Wenn A der wahrscheinliche Gewinner ist, wird er mit je 50 Prozent B und C nennen. Die Wahrscheinlichkeiten für diesen Fall betragen: $P(X_2/S_1)= P(X_3/S_1)=1/2$. Wenn B oder C der wahrscheinliche Gewinner ist, wird er auf jeden Fall C beziehungsweise B nennen, so dass gilt: $P(X_3/S_2)= P(X_2/S_3)=1$ (vgl. Tabelle).

$P(X_i/S_j)$	X1	X2	X3	Gesamt
S1	0	1/2	1/2	1
S2	0	0	1	1
S3	0	1	0	1

Für den hier vorliegenden Fall, dass C als möglicher Verlierer genannt wurde, lässt sich die Wahrscheinlichkeit, dass A den Auftrag erhält ($P(S_1/X_3)$) oder B der Gewinner ist ($P(S_2/X_3)$), nun folgendermaßen mathematisch ableiten:

$$\begin{aligned}P(S_1 / X_3) &= \frac{P(X_3 / S_1) \times P(S_1)}{P(X_3)} \\ &= \frac{P(X_3 / S_1) \times P(S_1)}{\sum_{j=1}^{3} P(X_3 / S_j) \times P(S_j)} \\ &= \frac{1/2 \times 1/3}{1/2 \times 1/3 + 1 \times 1/3 + 0 \times 1/3} = 1/3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(S_2 / X_3) &= \frac{P(X_3 / S_2) \times P(S_2)}{P(X_3)} \\ &= \frac{P(X_3 / S_2) \times P(S_2)}{\sum_{j=1}^{3} P(X_3 / S_j) \times P(S_j)} \\ &= \frac{1 \times 1/3}{1/2 \times 1/3 + 1 \times 1/3 + 0 \times 1/3} = 2/3\end{aligned}$$

Wie das Ergebnis zeigt, hat Anbieter A keine 50/50-Chance. Vielmehr ist die Chance von Anbieter B doppelt so groß wie seine. Dieses Ergebnis lässt sich intuitiv vielleicht besser nachvollziehen, wenn man sich nochmals vor Augen führt, dass ein fundamentaler Unterschied zwischen A und B besteht: A hätte gar nicht genannt werden können. Demgegenüber hätte B sehr wohl genannt werden können, ist jedoch nicht genannt worden. Auf dieser Basis sollte Anbieter A nun beispielsweise intensiv an der Verbesserung seiner Position arbeiten, etwa indem er sein Angebot nachbessert.

Fazit

Das Bayes-Theorem zeigt den korrekten Weg, wie man eine frühere Wahrscheinlichkeitsannahme durch neue Daten korrigiert. Rein intuitiv sind die meisten Menschen nicht in der Lage, diese Korrektur richtig zu vollziehen. Sie neigen dazu, nur die neuen Daten zu beachten und die A-priori-Wahrscheinlichkeiten zu vernachlässigen. Daher führt die Anwendung des Bayes-Theorems oft zu Ergebnissen, die dem „gesunden Menschenverstand" nicht unmittelbar einsichtig erscheinen, obwohl sie richtig sind. Gerade hierin liegt die Nützlichkeit dieses Instruments: Zusammenhänge, die „aus dem Bauch heraus" plausibel erscheinen, lassen sich mitunter als falsch entlarven.

Trotz dieser Vorteile ist natürlich auch das Bayes-Theorem kein Allheilmittel. Schließlich enthebt es uns nicht der Notwendigkeit, subjektive Wahrscheinlichkeiten zu bilden. Die verwendeten A-priori-Wahrscheinlichkeiten und die Likelihoods müssen in der Praxis sehr oft intuitiv bestimmt werden, weil keine empirischen Ergebnisse verfügbar sind, auf die man sich stützen könnte. ■