



Blick in die Vergangenheit

Effiziente Validation von Ausfallwahrscheinlichkeiten

Die Validation von geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten und anderen Risiko-Parametern für die Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung ist eine bisher wenig beachtete Komponente des neuen Baseler Akkords, die auch unabhängig vom Aufsichtsrecht für Risiko-Manager große Bedeutung hat. Gravierende Probleme sprachen bisher dagegen, Methoden der Validation interner Marktrisikomodelle auf Kreditrisiken zu übertragen. Ein anderer Ansatz gewährleistet jedoch, dass die besondere Struktur des Kredit-Risikomanagements genau erfasst und der Informationsgehalt von Ausfalldaten in der Validation optimal genutzt werden. Die Ergebnisse zeigen, dass Großbanken gegenüber mittelständischen Instituten oder gut aufgestellten kleineren Banken nicht ohne weiteres kompetitive Vorteile bei der Validation von Ausfallwahrscheinlichkeiten besitzen. Aus den Ergebnissen lassen sich ebenfalls strategische Impulse für die Weiterentwicklung des Datenmanagements von Banken und Ratingagenturen ableiten.

Der Baseler Ausschuss für Bankenaufsicht hat in der vorläufigen Endversion des Baseler Akkords vom Juni 2004 deutlich gemacht, dass er an das Risikomanagement der Banken in mehrerer Hinsichten erhöhte Anforderungen stellt. Neben der bankinternen Organisation des Risikomanagements und der Pflege risiko-relevanter Daten zählen hierzu insbesondere die Ermittlung von Kundenratings und die Schätzung der sich mit einem Rating verbindenden Ausfallwahrscheinlichkeiten.

Weit weniger Beachtung als die Ermittlung des Ratings selbst hat die Validierung seiner Aussagekraft gefordert, die der Baseler Ausschuss an einer Reihe von Stellen sowohl für Ratingagenturen als auch für bankinterne Ratings vorschreibt [vgl. etwa BCBS 2004, §§ 387, 417, 442, 500 ff.]. Eine kürzlich erschienene Studie [Romeike, Wehrspohn 2004] hat überraschenderweise sogar gezeigt, dass auch die meisten Anbieter kommerzieller Rating-Software die von ihnen behaupteten Ratingaussagen eher methodisch fragwürdig oder gar nicht überprüfen.

Einer der wesentlichen Gründe, warum die Validation von Ausfallwahrscheinlichkeiten und darüber hinaus auch die Validation von Kreditrisikomodelle noch so in den Kinderschuhen steckt, besteht wohl darin, dass eine der erfolgreichsten Problemlösungsstrategien hier versagt. Es scheint unmöglich zu sein, gut bekannt

te und gut beherrschte Validationstechniken aus anderen Bereichen des Risikomanagements auf das Kredit-Risikomanagement zu übertragen.

Der meistens angeführte Grund ist die vollkommen andere Datenstruktur des Kredit-Risikomanagements im Vergleich insbesondere zum Markt-Risikomanagement. Bei der Validation von internen Value-at-Risk-Modellen im Markt-bereich wird eine interne Schätzung des Values at Risk mit den Schwankungen des Portfoliowertes der letzten 250 Handelstage verglichen und aus der Zahl der Tage, an denen die realisierte Schwankung des Portfoliowertes den Value at Risk überschritten hat, eine Beurteilung der Qualität der Schätzung abgeleitet [Grundsatz 1 § 37].

Im Kredit-Risikomanagement gelten andere Dimensionen. Hier wird nicht in Handelstagen, sondern in Kalenderjahren gerechnet. Wollte man die oben geschilderte Methodik direkt adaptieren, würde man sich mit den Vergleichen bis ins 18. Jahrhundert zurückbewegen müssen. Es ist offensichtlich, dass hier mehr als nur der Mangel an Daten dagegen spricht.

Ein zusätzliches Problem besteht darin, dass die Ausfälle von Firmen nicht unabhängig sind, sondern eindeutige Züge von Abhängigkeit



Autor

Dr. Uwe Wehrspohn

ist Wissenschaftler am Alfred Weber Institut der Universität Heidelberg sowie Geschäftsführer des CRE Center for Risk & Evaluation. Kontakt: wehrspohn@risk-and-evaluation.com

Value at Risk: Der Value at Risk stellt die in Geldeinheiten berechnete negative Veränderung eines Wertes dar, die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit (auch als Konfidenzniveau bezeichnet) innerhalb eines festgelegten Zeitraumes nicht überschritten wird.



aufweisen. Dies ist der Grund, weshalb Kreditportfoliomodelle überhaupt erforderlich sind. Der Grad der Abhängigkeit zwischen den Ausfällen der Firmen ist obendrein nicht objektiv gegeben, sondern hängt stark von der Art, Anzahl und Vollständigkeit der bei der Konstruktion der Ratingverfahren verwendeten systematischen Risiko-Faktoren ab [Rösch 2004].

Dies hat zur Folge, dass einfache Validationstechniken, welche die Unabhängigkeit der Daten zugrunde legen, im Kredit-Risikomanagement nicht ohne weiteres eingesetzt werden können. Ein effizientes Validationsverfahren muss vielmehr die Tiefe und die Breite des Datenbestandes, das heißt die Anzahl der Jahre und die Anzahl der Firmen, über die Daten verfügbar sind, sowie die Abhängigkeitsstruktur der Firmen untereinander über ein Portfoliomodell exakt abbilden.

Ein Kreditportfoliomodell, das mit den Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden kalibriert wurde, liefert in erster Linie eine Aussage darüber, mit welcher Wahrscheinlichkeit einzelne Migrationsmuster der Kunden auftreten, also mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Gruppe der Kunden ausfällt, während eine andere Gruppe solvent bleibt.

Diese gemeinsamen Migrationswahrscheinlichkeiten hängen neben der Wahl des Portfoliomodells und sonstiger Risiko-Parameter insbesondere von den Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden ab. Andere Ausfallwahrscheinlichkeiten einzelner Kunden haben andere gemeinsame Migrationswahrscheinlichkeiten aller Kunden zur Folge. Ein Validationsverfahren für Ausfallwahrscheinlichkeiten kann deshalb als Test der resultierenden gemeinsamen Migrationswahrscheinlichkeiten konstruiert werden.

Speziell ein Likelihood-Quotienten-Test der Migrationswahrscheinlichkeiten liefert einen Test, der die Wahrscheinlichkeit maximiert, Abweichungen von einem vermuteten Zustand (Hypothese) zu finden. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass diese Konstruktion des Validationstests für jede Art von Portfoliomodell durchgeführt werden kann. Der Ansatz ist allgemein gültig und kann auf jedes Modell spezialisiert werden [zu einer ausführlichen Darstellung des Ansatzes und allen Beweisen vgl. Wehrspohn 2004].

Zur Illustration des Ansatzes wenden wir ihn auf ein Portfolio an, dessen Abhängigkeitsstruktur

durch das Firmenwertmodell beschrieben wird. Das Firmenwertmodell (Asset Value Model) basiert auf einer Idee des Nobelpreisträgers Robert Merton [Merton 1974]. Es liegt den neuen Baseler Eigenkapitalunterlegungsvorschriften zugrunde und ist auch aus den Portfoliomodellen der KMV Corporation [Kealhofer 1993] und der Risk Metrics Group (Credit Metrics) [Gupton et al. 1997] bekannt.

Um die Anzahl der Inputdaten übersichtlich zu halten, machen wir folgende Annahmen (die übrigens im Wesentlichen auch den neuen Baseler Eigenkapitalunterlegungsvorschriften zugrunde liegen):

- Das Portfolio bestehe in jeder Periode $t = 1, \dots, T$ aus n Kunden.
- Alle Kunden haben dasselbe Rating und in allen Perioden die Ausfallwahrscheinlichkeit p .
- Ausfälle in verschiedenen Perioden sind stochastisch unabhängig voneinander.
- Ausfälle in derselben Periode hängen voneinander über die homogene Asset-Return-Korrelation ρ ab.
- Sei x_{it} ein Ausfallindikator für Kunde i in Periode t , $i = 1, \dots, n$, $t = 1, \dots, T$, das heißt: $x_{it} = 1$, wenn Kunde i in Periode t ausfällt und 0 sonst.
- Sei $m_t := \sum_{i=1}^n x_{it}$ die Anzahl der Ausfälle in Periode t .

Dann ist die Wahrscheinlichkeit eines gemeinsamen Migrationsmusters in Periode t gegeben als [vgl. Wehrspohn 2002, S. 138]:

$$P_{[x_{1t}, \dots, x_{nt}]} = \int_{\mathbb{R}} \left[\Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(p) - \sqrt{\rho} \cdot Y}{\sqrt{1-\rho}} \right) \right]^{m_t} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(p) - \sqrt{\rho} \cdot Y}{\sqrt{1-\rho}} \right) \right]^{n-m_t} \phi(Y) dY.$$

Hierbei sind Φ und ϕ die Verteilungsfunktion und die Dichte der Standardnormalverteilung.

Aufgrund der seriellen Unabhängigkeit der Ausfälle ist dann

$$P_{[x_{11}, \dots, x_{1T}]} = \prod_{t=1}^T P_{[x_{1t}, \dots, x_{nt}]}$$

Wenn sich nun die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden bei Gültigkeit der Hypothese beziehungsweise der Alternative unterscheiden, kann aus den Darstellungen der gemeinsamen Migrationswahrscheinlichkeiten die Likelihood-Ratio-Teststatistik Φ definiert werden:

Robert Merton: US-amerikanischer Wirtschaftswissenschaftler. Er lieferte Beiträge zur Portfoliotheorie (etwa zur Weiterentwicklung des Aktienbewertungsmodells von Harry M. Markowitz und William F. Sharpe), zur Analyse von Konsum- und Investitionsentscheidungen sowie zum Risikomanagement. 1997 erhielt er zusammen mit Myron S. Scholes den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften für eine neue Methode zur Berechnung des Wertes von Aktienoptionen (Modell von Black/Scholes/Merton).

$$\Theta_{[x_{11}, \dots, x_{1T}]} = \frac{p^A_{[x_{11}, \dots, x_{1T}]}}{p^H_{[x_{11}, \dots, x_{1T}]}}$$

In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass sich zwischen Hypothese und Alternative nicht nur die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden, sondern auch die Asset-Return-Korrelationen oder sogar die Portfoliomodelle unterscheiden können. Insbesondere kann auch auf die Abweichung mehrerer Einflussfaktoren simultan getestet werden.

Für numerische Analysen nehmen wir als Ausgangssituation an, dass Daten über fünf Perioden vorliegen und dass das Portfolio 500 Kunden umfasst. Um den Einfluss der Länge der Historisierung und der Größe des Portfolios auf die Wahrscheinlichkeit deutlich zu machen, Abweichungen von einer Hypothese tatsächlich zu finden, variieren wir die Ausgangssituation so, dass Daten über 1, 3, 5, 10 und 15 Perioden vorliegen beziehungsweise dass das Portfolio 50, 100, 250, 500, 1000 und – als Grenzfall – eine unendlich große Zahl Kunden enthält.

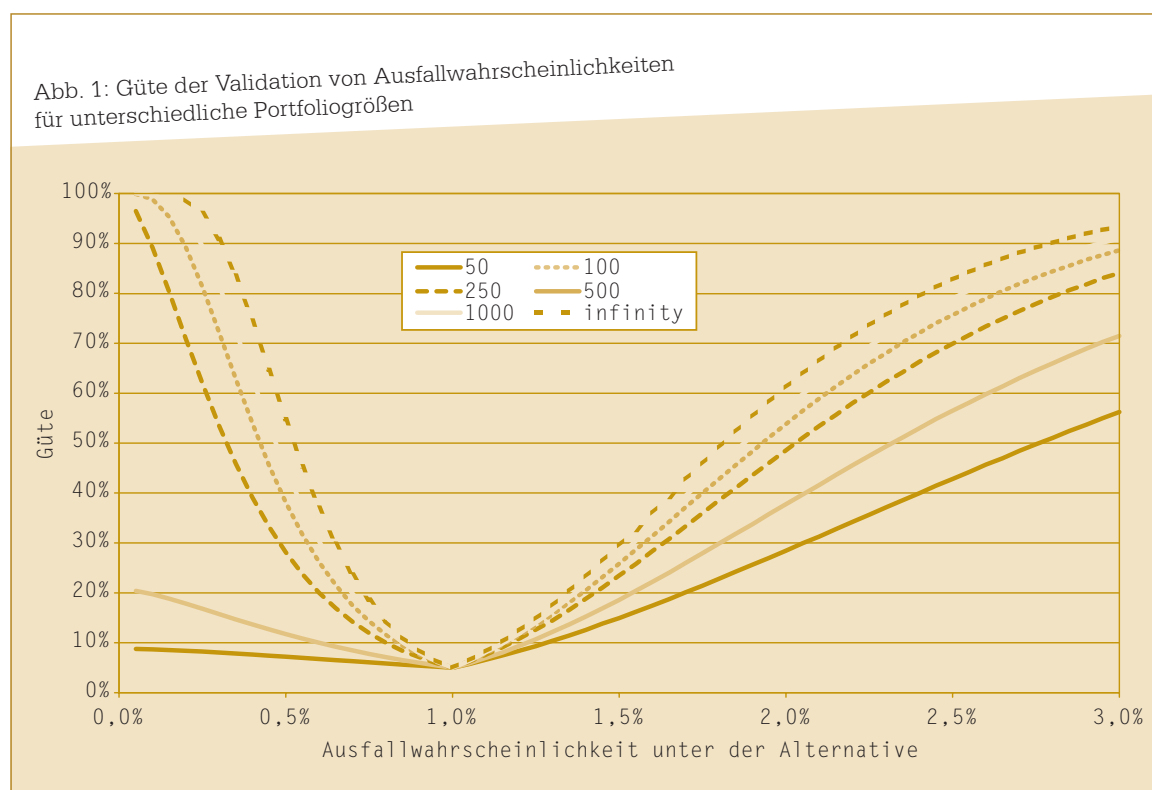
Als Hypothese nehmen wir bei allen Analysen an, dass die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden $p = 1\%$ betragen und dass die Asset-Return-Korrelationen bei $p = 10\%$ liegen. Um die Ergebnisse transparent zu halten, nehmen wir als Alternative an, dass die Ausfallwahr-

scheinlichkeiten zwischen $p = 0,05\%$ und $p = 3\%$ variieren, während die Asset-Return-Korrelationen auch bei der Alternative $p = 10\%$ betragen. Das Signifikanzniveau ist bei allen Analysen auf fünf Prozent gesetzt. Es bleibt zu beachten, dass der Test aufgrund seiner Konstruktion die Güte maximiert, das heißt die Wahrscheinlichkeit, Abweichungen von der Hypothese tatsächlich auch zu detektieren.

In Abb. 1 sind die Wahrscheinlichkeiten sowie Abweichungen der Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden von der Hypothese zu finden. Dargestellt sind unterschiedliche Portfoliogrößen, das heißt Anzahl Kunden im Portfolio, wenn über fünf Perioden Daten vorliegen.

Es wird deutlich, dass die Güte des Tests, das heißt die Detektionswahrscheinlichkeit von Abweichungen von der Hypothese, in allen Fällen ansteigt, unabhängig von der Größe des Portfolios und der Richtung der Abweichung.

Dennoch erweist sich die Größe des Portfolios als wesentlich für die Effizienz der Validation. Bei kleinen Portfolios von 50 oder 100 Kunden liegt die Wahrscheinlichkeit, Abweichungen von der Hypothese zutreffend zu identifizieren, noch in derselben Größenordnung wie die Wahrscheinlichkeit, aus Versehen die Hypothese abzulehnen, obwohl sie gilt. Erst ab ungefähr





250 Kunden im Portfolio steigt die Güte des Tests spürbar an. Wenn die realen Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden zwei Prozent betragen, statt dem vermuteten einen Prozent, wird man dies bereits mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 50 Prozent feststellen (dies gilt bei einem Signifikanzniveau von fünf Prozent, Daten über fünf Perioden und einer Asset-Return-Korrelationen von zehn Prozent).

Der Informationsgehalt für die Validation von geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten, der durch die Größe des zur Verfügung stehenden Portfolios bedingt ist, ist jedoch begrenzt. Auch in dem limitierenden Fall eines unendlich großen Portfolios geht die Güte der Validation nicht gegen 100 Prozent. Der Grund hierfür besteht darin, dass die beobachteten Ausfallraten auch in einem vollständig diversifizierten Portfolio, in dem Abhängigkeiten zwischen den Kunden bestehen, um die tatsächlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden schwanken, da das Gesetz der großen Zahl nicht gilt. Ein eindeutiger Rückschluss von der Beobachtung auf den zugrunde liegenden Mechanismus ist deshalb nicht möglich.

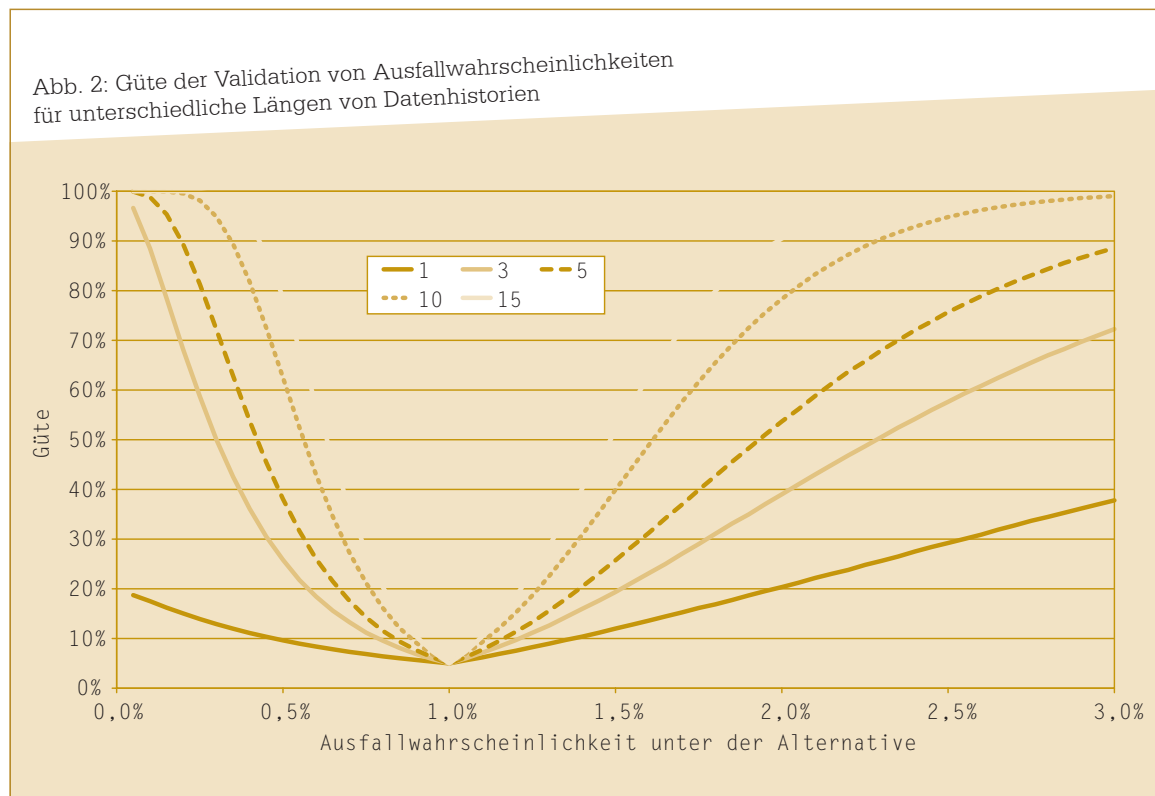
Dieser Befund macht deutlich, dass Großbanken aufgrund ihrer bloßen Größe nicht zwingend einen kompetitiven Vorteil bei der Validation von Ausfallwahrscheinlichkeiten haben.

Auch mittelgroße Banken verfügen ohne weiteres in vielen Kategorien über 250 oder mehr Kunden in einer Ratingklasse.

Kleine Banken sind bei der Validation in einer ähnlich schwierigen Situation wie bereits bei der Entwicklung von Ratingverfahren. Auch hier wirkt sich Pooling von Daten und die Verwendung eines gemeinsamen Ratings als vorteilhaft aus, da so leichter kritische Massen an Kundenzahlen erreicht werden können, um eine effiziente Validation zu ermöglichen.

Wie aus Abb. 2 ersichtlich, zeigt sich ein leicht modifiziertes Bild, wenn wir die Größe des Portfolios fest halten – hier bei 500 Kunden – und statt dessen die Länge der zur Verfügung stehenden Datenhistorien variieren.

Beobachtungen einer einzelnen Periode besitzen noch eine ausgesprochen geringe Aussagekraft. Aber bereits bei drei, besser noch bei fünf Perioden-Daten wird eine solide Validation von Ausfallwahrscheinlichkeiten möglich. Betrügen die geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten 2 Prozent statt geschätzten 1 Prozent, würde man dies bei Daten über fünf Perioden mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 53 Prozent feststellen, bei Daten über zehn Perioden sogar mit einer Wahrscheinlichkeit von circa 78 Prozent, bei Daten über 15 Perio-



den mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 90 Prozent.

Da in unserem Beispiel die Ausfälle in unterschiedlichen Perioden als unabhängig angenommen sind, führt eine längere Datenhistorie trotz der Abhängigkeit der Ausfälle in einer Periode zu immer weiter ansteigenden Informationen über die zugrunde liegenden Ausfallwahrscheinlichkeiten. Im Grenzfall einer unendlich langen Datenhistorie würde man beliebig kleine Abweichungen der realen Ausfallwahrscheinlichkeiten von der Hypothese aufgrund des starken Gesetzes der großen Zahl mit Wahrscheinlichkeit 1 feststellen.

In der Praxis können Historien auch bei sorgsamer Pflege der Daten jedoch nicht beliebig lang werden, da Strukturbrüche in der Entwicklung des wirtschaftlichen Umfeldes hinreichend alte Daten als nicht mehr repräsentativ für die heutige Situation erscheinen lassen. Die in die Validation einfließenden Historien sollten deshalb möglichst lang sein, um die Güte der Validation zu verbessern, sie sollten aber immer noch repräsentativ bleiben, um das Ergebnis nicht aus dieser Sicht zu verzerren.

Fazit

Wir haben ein Verfahren skizziert, mit dem die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Firmen validiert werden können. Der Ansatz berücksichtigt die Größe des Portfolios, die Länge der zur Verfügung stehenden Datenreihen und die Struktur des Portfolios exakt. Er liefert in allen Fällen eine Beurteilung der Ausfallwahrscheinlichkeiten, welche die Wahrscheinlichkeit maximiert, Abweichungen von der vermuteten Situation zu detektieren.

Das Verfahren ist ebenfalls für die Validation von anderen Modellparametern wie etwa Korrelationen oder auch für die Struktur des Kreditportfoliomodells als solchem einsetzbar. Seine Optimalitätseigenschaften bleiben hierbei erhalten.

Anhand eines Beispiels wurde gezeigt, dass ein Portfolio eine Mindestgröße haben muss, um eine sinnvolle Validation von Ausfallwahrscheinlichkeiten zu erlauben. Bei kleinen Portfolios von nur einigen Dutzend Kunden sind die Detektionswahrscheinlichkeiten auch großer Abweichungen von der Hypothese gering. Der Informationsgehalt, der durch die Größe des Portfolios bedingt ist, ist jedoch begrenzt.

Großbanken haben bei der Validation keinen spürbaren Vorteil gegenüber mittelgroßen Banken oder gegenüber Kleinbanken, die sich einem Datenpool mit homogenem Rating angeschlossen haben.

Die Qualität der Validation kann bei jeder Portfoliogröße deutlich verbessert werden, wenn die Länge der zur Verfügung stehenden Datenhistorien ansteigt. Die Pflege und Konsolidierung von Ausfalldaten sollte deshalb für Banken und Ratingagenturen hohe Priorität haben. ■

Quellenverzeichnis und weiterführende Literaturangaben: Basel Committee on Banking Supervision (BCBS): International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards – A Revised Framework, 2004 / Deutsche Bundesbank: Grundsatz 1 über die Eigenmittel der Institute, 1997 / Gupton, Greg M.; Christopher C. Finger; Bhatia, M.: Credit Metrics – Technical Document, JP Morgan 1997 / Kealhofer, S.: Portfolio management of default risk, KMV Corporation 1993 / Merton, R. C.: On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates, in: Journal of Finance 39, 1974, pp. 449–470 / Roesch, D.: An Empirical Comparison of Default Risk Forecasts from Alternative Credit Rating Philosophies, in: International Journal of Forecasting, 2004 / Romeike, F.; Wehrspohn, U.: Marktstudie Rating-Software, elektronisch veröffentlicht unter <http://www.wehrspohn.de> sowie <http://www.risknet.de> 2004 / Wehrspohn, U.: Credit Risk Evaluation, elektronisch veröffentlicht unter <http://www.wehrspohn.de> 2002 / Wehrspohn, U.: Optimal simultaneous validation tests of default probabilities, dependencies, and credit risk models, elektronisch veröffentlicht unter <http://www.wehrspohn.de>

information technology





Offensiver im Markt mit weniger Risiko

- Frühzeitige Risiko- und Chancenerkennung
- Kontinuierliche Überwachung mittels Frühwarnsystem
- Unternehmensspezifisches Reporting
- Erfüllung gesetzlicher Vorgaben
- ASP-Lösung für den Mittelstand

**Voll webbasiertes
Risikomanagementtool**

www.astrum-it.de

technology