Veröffentlicht in

FINANZ BETRIEB

Ausgabe 9/2008

„Eigenkapitalkosten und die Bewertung nicht börsennotierter Unternehmen: Relevanz von Diversifikationsgrad und Risikomaß“

S. 602-614

Werner Gleißner / Marco Wolfrum

Eigenkapitalkosten und die Bewertung nicht börsennotierter Unternehmen: Relevanz von Diversifikationsgrad und Risikomaß

Dr. Werner Gleißner ist Vorstand der FutureValue Group AG, Leinfelden-Echterdingen sowie Lehrbeauftragter u.a. an der European Business School und der Universität Hohenheim.

Marco Wolfrum ist Senior Analyst bei der FutureValue Group AG.

I. Einleitung und Problemstellung

Eine wesentliche Herausforderung bei der Bestimmung von Unternehmenswerten ist die Ermittlung geeigneter (risikoadäquater) Diskontierungszinssätze, die bei einem unverschuldeten Unternehmen (näherungsweise) als Eigenkapitalkosten interpretiert werden können[1]. Trotz der vielen restriktiven Annahmen und der unbefriedigenden empirischen Ergebnisse wird wohl auch nach der Überarbeitung des IDW-Bewertungsstandards S1 im Jahr 2008 das Capital-Asset-Pricing-Modell (CAPM) für die Praxis auf absehbare Zeit das dominierende Verfahren zur Bestimmung von Kapitalkosten bleiben[2]. Gemäß des (unkonditionalen) CAPM gilt folgende Gleichung[3]:

$$(1)\ k_{EK} = r_f + \beta_A \times (r_M^e - r_f)$$

wobei

$$(2)\ \beta_A = \frac{Cov(r_A, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{AM} \times \sigma_A}{\sigma_M}$$

mit

k_{EK}	=	erwartete Rendite eines risikobehafteten Unternehmens (Eigenkapitalkosten)
r_f	=	Rendite einer risikolosen Anlage (Staatsanleihe)
r_M^e	=	Erwartungswert der Marktrendite, also eines Portfolios aller risikobehafteten Anlagemöglichkeiten („Marktportfolio“)
β_A	=	systematisches Risiko des Eigenkapitals der Anlage A
$Cov(r_A, r_M)$	=	Kovarianz zwischen den Renditen von Anlage A und Marktportfolio
σ_M	=	Standardabweichung der Marktrendite
σ_A	=	Standardabweichung der Rendite der Anlage A
ρ_{AM}	=	Korrelation zwischen den Renditen von Anlage A und Marktportfolio

Speziell bei der Bewertung nicht börsennotierter (mittelständischer) Unternehmen sind bei der Bestimmung von Kapitalkosten einige Probleme und wesentliche Einschränkungen zu beachten.

1. Homogenität der Erwartungen und Planungskonsistenz: In welcher Weise soll der individuelle Informationsstand bei in der Realität asymmetrischer Informationsverteilung zur Bestimmung von (subjektiven) Entscheidungswerten berücksichtigt werden[4]? Und wie ist die Konsistenz der Kapitalkosten zu den Risiken gewährleistet, die im Rahmen der Planung der Erträge (Cashflows) implizit oder explizit berücksichtigt werden?
2. Diversifikation: Wie sollen nicht diversifizierte (idiosynkratische) Risiken in Kapitalkosten und Bewertung berücksichtigt werden, wenn der Bewertende kein perfekt diversifiziertes Portfolio aufweist (und ggf. auch nicht realisieren kann)?
3. Risikomaß: Welche Konsequenzen ergeben sich, wenn als Alternative zum Beta-Faktor bzw. der Standardabweichung des CAPM andere Risikomaße für die Bestimmung von Kapitalkosten und Unternehmenswert herangezogen werden, weil in einem unvollkommenen Kapitalmarkt (a) Finanzierungsrestriktionen seitens der Gläubiger bestehen und/oder (b) der Bewertende – im Sinne eines Safety-First-Ansatzes[5] – den Umfang der Downside-Risiken, z.B. die Insolvenzwahrscheinlichkeit, beschränken möchte[6),7)]?

In diesem Beitrag werden alle diese Aspekte behandelt, wobei vereinfachend lediglich ein 1-Perioden-Modell (ohne Steuern) betrachtet wird. In Abschnitt II wird zunächst aufgezeigt, wie ausgehend vom individuellen Informations-

1) Zur Unterscheidung von Kapitalkosten als (bedingten) Renditen und Diskontierungszinssätzen im Mehrperiodenkontext, siehe z.B. Kruschwitz/Löffler, Discounted Cash Flow – A theory of the valuation of firms, 2005; Fama, Journal of Financial Economics, 1977; Hachmeister, Die Abbildung der Finanzierung im Rahmen verschiedener Discounted Cash Flow-Verfahren, Zfbf 3/1996 S. 251-277; Röder/Müller, Mehrperiodige Anwendung des CAPM im Rahmen von DCF Verfahren, FB 3/2001 S. 225-233; speziell zu „stochastischen Diskontierungsfaktoren“ Cochrane, Asset Pricing, 2005, S. 3-33.

2) Zur umfangreichen Kritik am CAPM siehe z.B. Fama/French, The Cross-Section of Expected Stock Returns, JoF 2/1992 S. 427-465; Fama/French, Common risk factors in the returns on stocks and bonds, JoFE 47/1993 S. 3-56; Fama/French, The Equity Premium, JoF 2/2002 S. 637-659; Hering, Finanzwirtschaftliche Unternehmensbewertung, 1999; Shleifer, Inefficient Markets: An Introduction to Behavioral Finance, 2000; Haugen, The Inefficient Stock Markets – What pays off and why, 2002; Ulschmid, Empirische Validierung von Kapitalmarktmodellen; Untersuchungen zum CAPM und zur APT für den deutschen Aktienmarkt, Bd. 1602, 1994; Warfsmann, Das Capital Asset Pricing Model in Deutschland, Diss.; Zimmermann, Schätzung und Prognose von Betawerten, 1997; Wallmeier, Prognose von Aktienrenditen und -risiken mit Mehrfaktorenmodellen – Eine empirische Untersuchung von erwarteten Renditen und Renditekorrelationen in Deutschland unter besonderer Berücksichtigung von Bilanzinformationen und Renditeanomalien, 1997; Stock, Zur Relevanz von CAPM-Anomalien für den deutschen Aktienmarkt, 2002; Gleißner, Kapitalkosten – der Schwachpunkt bei der Unternehmensbewertung, FB 4/2005 S. 217-229; Fernandez, Are calculated betas worth for anything?, Working Paper, 2004.

3) Zum konditionalen CAPM siehe Schneider, Kapitalmarktmodelle und erwartete Renditen am deutschen Aktienmarkt, 2000.

4) Siehe Matschke/Brösel, Unternehmensbewertung: Funktionen – Methoden – Grundsätze, 2005; Hering, a.a.O., (FN 2); zur Bedeutung subjektiver Entscheidungswerte und zur Planungskonsistenz auch Richter, Simplified Discounting Rules in Binomial Models, SBR 2001 S. 175-196; Timmreck, Beta-Faktoren – Anwendungsprobleme und Lösungsansätze, FB 2002 S. 300-307.

5) Siehe Roy, Safety first and the holding of assets, Econometrica 20/1952 S. 434-449; Kataoka, A Stochastic Programming Model, Econometrica 31/1963 S. 181-196; Telser, Safety First and Hedging, RoES 23/1955 S. 1-16.

Fußnoten 6 und 7 auf S. 603.

stand des Unternehmens (des Bewertenden) im Hinblick auf die zu bewertenden unsicheren Zahlungen konsistent zur Planung die Erwartungswerte der Zahlungen und das Risikomaß abgeleitet werden. Im anschließenden Abschnitt III wird aufbauend auf Veröffentlichungen von Spremann[8)] und Balz/Bordemann[9)] gezeigt, wie durch ein Replikationsmodell eine unvollkommene Diversifikation berücksichtigt werden kann. Anders als im Ansatz von Balz und Bordemann wird hier jedoch der Eigenkapitalkostensatz für einen beliebigen Diversifikationsgrad berechnet und es wird gezeigt, wie die Ableitung der Kapitalkosten ausgehend von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Zahlungen – anstelle der Rendite als relative Wertveränderung – eines Unternehmens möglich ist. Das von Balz und Bordemann vorgeschlagene Verfahren basiert auf der zu erwartenden Rendite eines Unternehmens (also der relativen Veränderung des Unternehmenswertes im Zeitverlauf), was jedoch die Kenntnis des (noch zu bestimmenden) Unternehmenswertes erfordert. Im Abschnitt IV schließlich wird aufgezeigt, wie der im dritten Abschnitt beschriebene Ansatz verallgemeinert werden kann unter Verwendung anderer Risikomaße als der Standardabweichung und des darauf basierenden Beta-Faktors, z.B. durch Verwendung von Value-at-Risk oder Conditional-Value-at-Risk (Expected Shortfall), die bei nicht-normalverteilten Zahlungen hilfreich sind.

II. Subjektiver Informationsstand und planungskonsistente Kapitalkosten

Der Wert $W(\tilde{Z})$ (Unternehmenswert) wie auch der subjektive Nutzen einer Zahlungsreihe $\tilde{Z}$ ist abhängig von deren Wahrscheinlichkeitsverteilung und dem damit implizit beschriebenen Risiko. Man kann Risiken entweder durch einen Zinszuschlag auf den Zins einer risikolosen Anlage (r_f) im Diskontierungssatz oder durch einen Risikoabschlag ($\pi = \lambda_{SÄ} \times R(\tilde{Z})$) auf den Erwartungswert der Zahlung $E(\tilde{Z})$ berücksichtigen[10)]. Mit dem Risikoabschlag werden Sicherheitsäquivalente $SÄ(\tilde{Z})$ berechnet. Sicherheitsäquivalente sind mit dem risikolosen Zinssatz (Basiszinssatz) zu diskontieren[11)].

$$(3)\; W(\tilde{Z}) = \frac{E(\tilde{Z})}{1 + r_f + r_z} = \frac{E(\tilde{Z})}{1 + r_f + \lambda_{RZ} \times R(\tilde{Z}')}$$

$$= \frac{SÄ(\tilde{Z})}{1 + r_f} = \frac{E(\tilde{Z}) - \lambda_{SÄ} \times R(\tilde{Z})}{1 + r_f}$$

In der Praxis dominiert die sog. „Risikozuschlagsmethode“, bei der für die Bestimmung des Werts der Zahlung ($\tilde{Z}$) der risikolose Zinssatz (r_f) um einen Risikozuschlag (r_z) erhöht wird, der sich als Produkt von Risikomenge, gemessen durch ein geeignetes Risikomaß $R(\tilde{Z}')$[12)], und den Preis für eine Einheit Risiko λ_{RZ} beschreiben lässt.

Beim CAPM gemäß Gleichung (1) ist damit also

$$(4)\; r_z = \beta_A \times (r_M^e - r_f)$$

und β kann also als Risikomenge $R(\tilde{Z}')$ und die Differenz aus der Marktrendite und dem risikolosen Zins als Marktpreis des Risikos λ_{RZ} im CAPM interpretiert werden[13), 14)].

Grundsätzlich ist eine risikogerechte Bewertung, d.h. die Bestimmung eines Werts, über den Sicherheitsäquivalentansatz in Abhängigkeit der individuellen Nutzenfunktion möglich. In der Praxis wird aber meist $\lambda_{SÄ}$ als ein Marktpreis des Risikos (Risikoprämie) aus Kapitalmarktdaten bestimmt. Auch die Bestimmung des Risikomaßes $R(\tilde{Z})$ kann basierend auf (historischen) Kapitalmarktdaten erfolgen. Diesen Weg geht man

6) *Was bei einem nicht-perfekt diversifizierten Portfolio – siehe 2. – wie es mittelständische Unternehmer in der Regel aufweisen, auch im Sinne der Erwartungsnutzentheorie durchaus ökonomisch rational sein kann, siehe zum Nutzenkalkül der Safety-First-Ansätze z.B. Albrecht/Maurer/Möller, Shortfall-Risiko/Excess-Chance-Entscheidungskalküle, ZWS 118/1998 S. 249-274; Kaduff, Shortfall-Risk-basierte Portfolio-Strategien: Grundlagen, Anwendungen, Algorithmen, 1996; Fishburn, Mean-risk analysis with risk associated with below target returns, AER 67/1977 S. 116-128; Arzac/Bawa, Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety-First Investors, JoFE 4/1977 S. 277-288.*

7) *Weiterführend zum CAPM mit alternativen Risikomaßen siehe Breuer, Investition II, 2001, S. 392; Bawa/Lindenberg, Capital market equilibrium in a mean-lower partial moment framework, JoFE 5/1977 S. 189-200; Harlow/Rao, Asset pricing in a generalized mean-lower partial movement framework, JoFQA 24/3 1989 S. 285-311; Price/Price/Nantell, Variance and lower partial moment measures of systematic risk: some analytical and empirical results, JoF 37/1982 S. 843-855.*

8) *Spremann, Valuation: Grundlagen moderner Unternehmensbewertung, 2004.*

9) *Balz/Bordemann, Ermittlung von Eigenkapitalkosten zur Unternehmensbewertung mittelständischer Unternehmen mithilfe des CAPM, FB 12/2007.*

10) *$SÄ(\tilde{Z}) = E(\tilde{Z}) - \pi$. Allgemein zu Risiko-Wert-Modellen siehe Sarin/Weber, Risk-Value Models, EJoOR 70/1993 S. 135-149.*

11) *Zum Problem der theoretischen Fundierung siehe z.B. Kürsten, Unternehmensbewertung unter Unsicherheit, Theoriedefizit einer künstlichen Diskussion über Sicherheitsäquivalent- und Risikozuschlagsmethode, ZfbF 3/2002 S. 128-144; Kruschwitz/Löffler, Semi-Subjektive Bewertung, ZfB 73/2003 S. 1335-1345, die die „Sicherheitsäquivalentversion“ für CARA-Nutzenfunktionen (nicht aber für CRRA-Nutzenfunktionen) herleiten können; Wilhelm, Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern – Anmerkungen zu dem gleichnamigen Beitrag von Kruschwitz und Löffler, ZfB 75/2005 S. 1005-1012; Mölls/Kern/Krag, Alternative Kapitalkosten- und Risikoauflösungskonzepte in der Unternehmensbewertung, FB 1/2008, S. 38-47; Casey, Kapitalmarkttheoretische Unternehmensbewertung – Theoretische Fundierung, Vorteilhaftigkeit der Methoden und kritische Würdigung, BFuP 2/2006 S. 180-198; Schwetzler, Unternehmensbewertung unter Unsicherheit – Sicherheitsäquivalent- oder Risikozuschlagsmethode?, Zfbf 52/2000 S. 469-486.*

12) *$R(\tilde{Z}')$ ist ein auf die Höhe der Zahlungen, beispielsweise operationalisiert durch den Erwartungswert oder Wert, normiertes Risikomaß. Es ist als Risikomaß für eine Renditeverteilung zu interpretieren.*

13) *Die Sicherheitsäquivalentvariante des CAPM lautet*

$$W(\tilde{Z}) = \frac{E(\tilde{Z}) - \frac{\rho_{AM}\sigma(\tilde{Z})}{\sigma_M}(r_M^e - r_f)}{1 + r_f}$$

14) *Wobei hier das Equity Premium Puzzle zu beachten ist, vgl. Mehra/Prescott, The Equity Risk Premium: A Solution? JoME 22/1998; Mehra/Prescott, in: Constantinides/Harris/Stulz, Handbook of the economics and finance, 2002, S. 887-936; Fama/French, a.a.O. (Fn. 2); Brückmann, Der stochastische Diskontfaktor, 2008.*

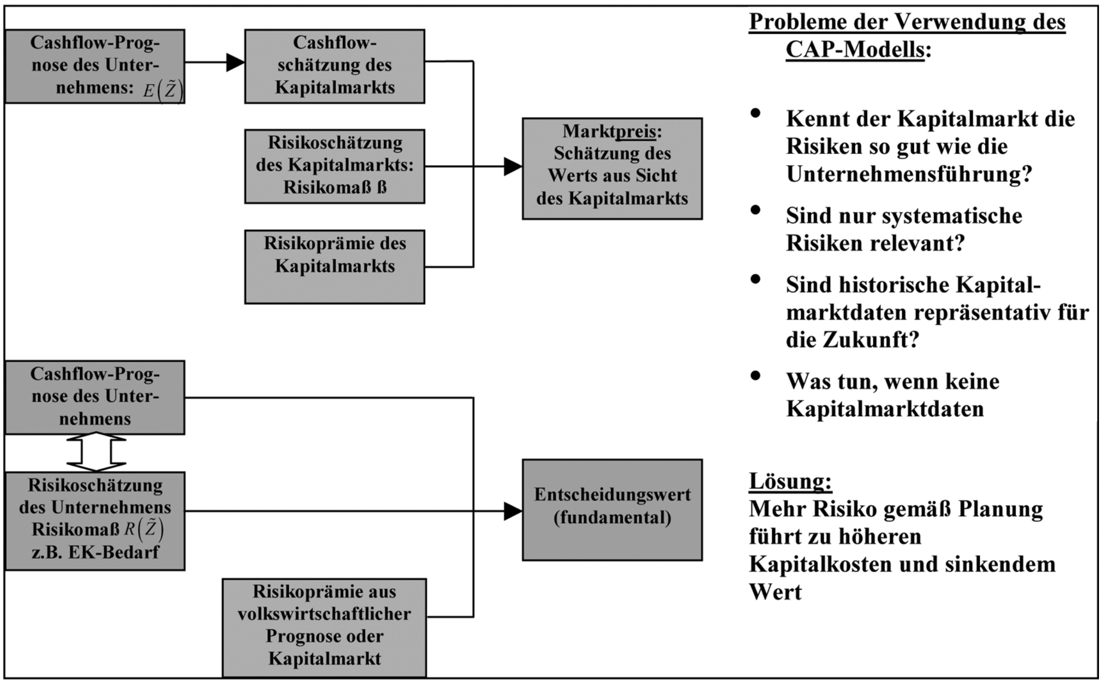

Abb. 1: Kapitalmarktorientierte Bewertung vs. Planungskonsistente simulationsbasierte Bewertung

beispielsweise meist beim CAPM mit dem Beta-Faktor als Risikomaß. Vorteilhaft für die Bestimmung von (subjektiven) Entscheidungswerten ist aber die Nutzung überlegener Daten der Risikoanalyse, z.B. bei einer Due Dilligence, die in einer Beschreibung der zu bewertenden Zahlung durch einen geeigneten stochastischen Prozess mündet.

Die Bewerter verfügen über einen Informationsvorsprung („Insiderinformationen") gegenüber dem Kapitalmarkt, der konsequent – und planungskonsistent – bei der Bewertung genutzt werden sollte. Konkret bedeutet dies, dass Kapitalkostensätze auf Grundlage interner Planungs- und Risikoinformationen (z.B. über den aggregierten Gesamtrisikoumfang) abgeleitet werden müssen. Dies ist zwingend nötig, wenn überhaupt keine Kapitalmarktdaten vorliegen – also bei nicht börsennotierten Unternehmen.

Eine Schlüsselstellung unter den privaten Informationen des Planenden/Bewertenden nehmen die Risikoinformationen ein, die Ursachen und Umfang von möglichen Planabweichungen zeigen. Aufbauend auf den identifizierten und bewerteten Risiken wird hier der bewertungsrelevante „Gesamtrisikoumfang", der durch das Risikomaß erfasst wird, mittels Aggregation im Kontext der Planung bestimmt[15)]. Dabei werden die – systematischen oder nicht diversifizierten unsystematischen – Risiken (und ihre stochastischen Wechselwirkungen wie bspw. Korrelationen) in die der Bewertung zugrundeliegenden Unternehmensplanung integriert und es wird durch Simulation eine repräsentative Stichprobe risikobedingter möglicher Zukunftsszenarien des Unternehmens berechnet. Aus den ermittelten Realisationen der Zielgröße $\tilde{Z}$ (z.B. Gewinn) ergeben sich aggregierte Häufigkeitsverteilungen[16)], die Rückschlüsse auf den Umfang risikobedingter Verluste zulassen. So lassen sich beliebige Risikomaße $R(\tilde{Z})$ berechnen und es wird z.B. abgeleitet, welcher Bedarf an Eigenkapital zur Risikodeckung besteht, um eine vorgegebene (vom Ziel-Rating abhängige) Insolvenzwahrscheinlichkeit (p) nicht zu überschreiten. Damit werden $E(\tilde{Z})$ und $R(\tilde{Z})$ offensichtlich konsistent aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung $\tilde{Z}$ abgeleitet, wobei Diversifikationsvorteile und andere Vermögensgegenstände oder das Marktportfolio berücksichtigt werden können (vgl. Abschn. III.3).

Die Möglichkeit der Abbildung (nahezu) beliebiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen und intertemporaler Abhängigkeiten mehrperiodiger Zahlungen (z.B. autoregressiver Prozesse oder auch GARCH-Modelle) ist der große Vorteil, wenn man eine solche simulationsbasierte Bewertung durchführt[17)]. Eine Beschränkung auf Martingalprozesse ist so nicht erforderlich.

III. Bestimmung von Kapitalkosten bei unvollkommener Diversifikation

Im Folgenden wird nun aufgezeigt, welche Relevanz unvollkommene Diversifikation für die Kapitalkosten hat und wie diese bestimmt werden können.

15) *Vgl. zur Methodik speziell der Nutzung der Monte-Carlo-Simulation für die Bewertung bei Kapitalmarktunvollkommenheiten Gleißner, Wertorientierte Analyse der Unternehmensplanung auf Basis des Risikomanagements, FB 2002 S. 417-427.*

16) *Diese werden beschrieben durch eine große Zahl berechneter Einzelszenarien. Im Unterschied zu Kapitalmarktgleichgewichtsmodellen für vollkommene Märkte (z.B. CAPM) sind hier systematische und nicht diversifizierte unsystematische Risiken relevant, was z.B. durch Konkurskosten zu begründen ist; vgl. auch z.B. Amit/Wernerfelt, Why do Firms Reduce Business Risk?, AoMJ 3/1990 S. 520-533; Hommel/Pritsch, Hedging im Sinne des Aktionärs, DBW 5/1997, S. 672-693; Baule/Ammann/Tallau, Zum Wertbeitrag des finanziellen Risikomanagements, WS, 2/2006, S. 62-65.*

17) *Siehe hierzu z.B. Coenenberg, Unternehmensbewertung mit Hilfe der Monte-Carlo Simulation, ZfB 40/1970 S. 793-804; Gleißner, a.a.O. (Fn. 15).*

1. Verwandte Literatur

Müller[18)] erwartet für Unternehmer, die durch die Fokussierung eines erheblichen Teils ihres Vermögens auf ihr eigenes Unternehmen unterdiversifiziert sind, dass diese durch zu tragende unsystematische Risiken höhere Kapitalkosten haben, also höhere Renditen anstreben sollten. In ihrer Untersuchung stellt sie für amerikanische, nicht börsennotierte Unternehmen (Private Companies) tatsächlich einen signifikant positiven Zusammenhang zwischen dem Grad der Unterdiversifikation (gemessen über den Anteil des Vermögens eines Eigentümers, das im eigenen Unternehmen gebunden ist) und der Eigenkapitalrendite der entsprechenden Firmen fest. Sie folgert aus den Ergebnissen, dass durch die höheren Kapitalkosten (als erwarteter Rendite) bestimmte geschäftliche Möglichkeiten (z.B. Investitionen) nicht realisiert werden, die bei einem diversifizierten Portfolio der Eigentümer realisiert worden wären. Die Ergebnisse von Müller bestätigen die theoriegestützten Vorhersagen von Heaton/Lucas[19)] sowie Kerins, Smith und Smith[20)]. Die Studie von Kerins, Smith und Smith unterscheidet sich von verschiedenen anderen Studien zur Bedeutung nicht diversifizierter Risiken[21)] dadurch, dass die Kapitalkosten nicht in Abhängigkeit von der Risikoaversion (Erwartungsnutzentheorie) geschätzt werden. Stattdessen erfolgt eine marktbasierte Schätzung der Opportunitätskosten in einem einfachen 1-Perioden-Modell auf Grundlage des CAPM. Dabei werden sowohl die systematischen wie auch die nicht diversifizierten unsystematischen Risiken, die sich beide in der Standardabweichung der Rendite des Anlageportfolios zeigen, in der Bewertung berücksichtigt. Die Effekte einer Unterdiversifikation werden den Kapitalkosten für die Investition in das eigene Unternehmen zugerechnet.

2. Modell von Balz und Bordemann

Als Alternative schlagen Balz und Bordemann[22)] einen an Spremann[23)] angelehnten Ansatz zur Bestimmung von Kapitalkosten vor, der auf der Replikation (Duplizierung) des Rendite-Risiko-Profils eines Unternehmens A mit Hilfe eines Benchmark-Portfolios basiert, das durch geeignete Anteile einer risikolosen Anlage und eines Investments in das Marktportfolio gebildet wird. Das Benchmark-Portfolio wird gerade so konstruiert, dass es im Hinblick auf die erwartete Rendite und das durch die Standardabweichung der Rendite ausgedrückte Risiko den entsprechenden Charakteristika der zu bewertenden Zahlungsreihe des betrachteten Unternehmens entspricht. Ausgangspunkt ist dabei der Zusammenhang zwischen erwarteter Rendite und Risiko eines Portfolios gemäß der Kapitalmarktlinie:

$$(5)\ E(\tilde{r}_{x_M}) = r_f + x_M(E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

$$(6)\ \sigma_{x_M} = x_M \times \sigma_M$$

mit $E(\tilde{r}_{x_M})$ als Erwartungswert und σ_{x_M} als Standardabweichung der Rendite (das Risikomaß) eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie, bei dem ein Anteil x_M in das Marktportfolio und ein Anteil $(1-x_M)$ in risikolose Anlagen investiert wird. Investiert der Bewertende sein gesamtes Vermögen in eine einzige risikohaltige Anlage A (sein Unternehmen) mit einer Standardabweichung der Rendite σ_A lässt sich unmittelbar berechnen, welcher Anteil x_M im Benchmark-Portfolio investiert werden muss, um das gleiche Risikoprofil aufzuweisen wie die bewertete Anlage A, also $\sigma_{x_M} = \sigma_A$ gilt. Aus Gleichung (6) folgt somit:

$$(7)\ x_M = \frac{\sigma_A}{\sigma_M}$$

Die erwartete Rendite des Investors lässt sich nun leicht durch Einsetzen von Gleichung (7) in (5) ableiten:

$$(8)\ E(\tilde{r}_{x_M}) = k_{EK} = r_f + \frac{\sigma_A}{\sigma_M}(E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Man erkennt unmittelbar, welche Modifikation sich gegenüber der Bewertungsgleichung des CAPM (Gleichung (1)) ergibt. Der Beta-Faktor $\beta_A = \frac{\rho_{AM} \times \sigma_A}{\sigma_M}$ als Risikomaß wird ersetzt durch das Verhältnis der Standardabweichung der Rendite der zu bewertenden Anlage A und der Standardabweichung der Rendite des Marktportfolios. Es wird somit unterstellt, dass die Renditen der Anlage A und des Marktportfolios vollständig korreliert sind, also $\rho_{AM} = 1$ ist[24)]. Damodaran[25)] hat für diesen Quotienten den Begriff „Total Beta" geprägt.

Das vorgeschlagene Modell weist jedoch drei Einschränkungen auf:

1. Die berechneten Kapitalkosten sind nur korrekt, wenn das Gesamtvermögen des Bewertenden in die Anlage A (sein Unternehmen) investiert wird. Im Folgenden wird gezeigt, welche Kapitalkosten sich ergeben, wenn lediglich ein Anteil a_A des eigenen Vermögens im Unternehmen gebunden ist (und ein weiterer Vermögensanteil a_M in das Marktportfolio sowie $(1 - a_A - a_M)$ in die risikolose Anlage).
2. Zudem besteht ein erhebliches praktisches Problem darin, dass die Standardabweichung

18) Müller, Underdiversification in private companies – required returns and incentive effects, ZEW 4-29/2004.
19) Heaton/Lucas, Capital Structure, Hurdle Rates, and Portfolio Choice, Working Paper 2004.
20) Vgl. Kerins/Smith/Smith, Opportunity Cost of Capital for Venture Capital Investors and Entrepreneurs, JoFQA 2/2004 S. 385-405.
21) Benartzi, Excessive extrapolation and the allocation of 401(k) accounts to company stock, JoF 5/2001 S. 1747-1764; Brennan/Torous, Individual Decision-Making and Investor Welfare, EN 28/1999 S. 119-143; Heaton/Lucas, a.a.O (Fn. 19).
22) Balz/Bordemann, a.a.O (Fn. 9), insbesondere S. 741 (742).
23) Spremann, a.a.O (Fn. 8).
24) Wobei diese harte Forderung der vollkommenen Korreliertheit nur notwendig ist, wenn die zu bewertende Anlage A und die Anlage in das Replikationsportfolio in jedem möglichen Umweltzustand (contingent claim) übereinstimmen sollen. Identität bzgl. des Risikomaßes ist eine schwächere Forderung.
25) Damodaran, Investment Valuation, 2002, S. 668.

der erwarteten Rendite der zu bewertenden Anlage A (des Unternehmens), also die relative Veränderung des Werts $\left(\tilde{r}_A = \frac{\tilde{Z}_A}{W_0} - 1\right)$, in der Praxis nicht ohne weiteres bestimmbar ist, ohne dass bereits der Wert W_0 – das Bewertungsergebnis – bekannt ist. Im Folgenden wird deshalb aufgezeigt, wie der Ansatz zu modifizieren ist, wenn anstelle der (unbekannten) Rendite der Anlage A lediglich die Wahrscheinlichkeitsverteilung der zu bewertenden Zahlung $\tilde{Z}_A$ bekannt ist.

3. Es wird implizit angenommen, dass die Standardabweichung der Rendite das für den Bewertenden entscheidende Risikomaß darstellt. Grundsätzlich lässt sich die hier dargestellte Methodik jedoch auch für andere Risikomaße anwenden und die betrachtete Vorgehensweise als Spezialfall auffassen. Auf die Verwendung anderer Risikomaße wird in Abschn. IV eingegangen.

Daher wird aufbauend auf das Modell von Balz und Bordemann nachfolgend gezeigt, wie durch ein Replikationsmodell eine unvollkommene Diversifikation berücksichtigt werden kann. Anders als im Ansatz von Balz und Bordemann wird hier jedoch der Eigenkapitalkostensatz für einen beliebigen Diversifikationsgrad berechnet und es wird vor allem verdeutlicht, wie die Ableitung der Kapitalkosten ausgehend von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Zahlungen $\tilde{Z}_A$ – anstelle der Rendite bezogen auf den Wert – eines Unternehmens möglich ist.

3. Ein allgemeiner Replikationsansatz zur Bestimmung von risikogerechten Eigenkapitalkosten

a) Unsichere Zahlung als Ausgangspunkt der Kapitalkostenberechnung

Ausgangspunkt der einperiodigen Betrachtung[26)] ist eine zukünftig erwartete unsichere Zahlung $\tilde{Z}_A$[27)]. Um den Wert dieser Zahlung zu bestimmen, wird eine erwartungstreue und risikoadäquate Replikation durchgeführt. Dazu sollen zwei Anlagemöglichkeiten vorhanden sein, die Anlage in das Marktportfolio mit einer unsicheren Rendite $\tilde{r}_M$ und in eine risikolose Anlage mit einer Verzinsung r_f. Es wird nun genau soviel Kapital x in das Marktportfolio und Kapital y in die risikolose Anlage investiert, dass das Risiko dieser Investition dem Risiko der unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ entspricht. Das Risiko wird dabei gemessen durch ein geeignetes Risikomaß $R(\tilde{Z}_A)$[28)]. Ein solches Risikomaß kann beispielsweise sein die Standardabweichung, der Value-at-Risk, der Conditional-Value-at-Risk oder auch ein LPM-Maß.

$$(9)\ R(\tilde{Z}_A) = R(x \times (1+\tilde{r}_M) + y \times (1+r_f))$$

Die Replikation soll erwartungstreu sein, d.h. der Erwartungswert der Rückzahlung der Investition in das Marktportfolio und in die risikolose Anlage soll dem Erwartungswert $E(\tilde{Z}_A)$ der Zahlung $\tilde{Z}_A$ entsprechen. Dies wird durch eine Investition i.H.v. y in die risikolose Anlage erreicht.

$$(10)\ E(\tilde{Z}_A) = E(x \times (1+\tilde{r}_M)) + E(y \times (1+r_f)) = x \times (1+E(\tilde{r}_M)) + y \times (1+r_f)$$

Der Wert der unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ entspricht bei Arbitragefreiheit gerade der Summe der beiden Investitionen x und y.

$$(11)\ W(\tilde{Z}_A) = x + y$$

Gleichung (10) kann nach y aufgelöst werden

$$(12)\ y = \frac{E(\tilde{Z}_A) - x \times (1+E(\tilde{r}_M))}{(1+r_f)}$$

Dies eingesetzt in (9) ergibt

$$(13)\ R(\tilde{Z}_A) = R(x \times (\tilde{r}_M - E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A))$$

Ist das Risikomaß bekannt, kann diese Gleichung nach x aufgelöst und damit bewertet werden. Wird auf die Standardabweichung als Risikomaß zurück gegriffen, so erhält man[29)]

$$(14)\ \sigma(\tilde{Z}_A) = \sigma(x \times (\tilde{r}_M - E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A)) = x \times \sigma(\tilde{r}_M)$$

Aufgelöst nach x erhält man

$$(15)\ x = \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)}$$

Dies eingesetzt in (12) und (11) ergibt

$$(16)\ y = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (1+E(\tilde{r}_M))}{(1+r_f)}$$

und damit für den Wert der Zahlung $\tilde{Z}_A$

$$(17)\ W_0(\tilde{Z}_A) = x + y = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1+r_f)}$$

Damit ergibt sich der Kapitalkostensatz als erwartete Rendite der unsicheren Anlage A zu[30)]

26) *Für eine Erweiterung des Replikationsansatzes auf mehrere Perioden vgl. Spremann, a.a.O (Fn. 8), S. 277 ff.*

27) *Dabei charakterisiert diese Zahlung nicht nur die Rückflüsse aus dem operativen Geschäft in der betrachteten Periode $\tilde{Z}_{A,t=1}$, sondern beinhaltet auch den Wert (oder erzielbaren Preis) des Unternehmens am Ende der Periode $W_1(\tilde{Z}_{A,t=1})$. Gibt es tatsächlich nur die eine betrachtete Periode, so ist dieser Wert gleich Null. Ist die betrachtete Anlage aber nach der betrachteten Periode noch werthaltig, so wird unterstellt, dass sie am Ende der Periode verkauft wird bzw. werden kann. Dies macht ggf. auch eine Unterscheidung zwischen dem fundamentalen Marktwert (zu dessen Bestimmung eine rekursive Bewertung notwendig ist, um Planungskonsistenz zu gewährleisten) und dem erzielbaren Verkaufspreis notwendig. Dieser kann bspw. abgeschätzt werden über ein Multiplikatormodell, indem basierend auf dem (unsicheren) Wert der operativen Zahlungen eine ewige Rente mit einem aus Kapitalmarktdaten abgeleiteten (aus heutiger Sicht ebenfalls unsicheren, vgl. Cochrane, a.a.O. (Fn. 1)) Diskontierungszins $\tilde{i}_{t=1}$ bestimmt wird $W_1(\tilde{Z}_{A,t=1}) = \frac{\tilde{Z}_{A,t=1}}{\tilde{i}_{t=1}} = \tilde{m} \times \tilde{Z}_{A,t=1}$. Somit ist also*

$$\tilde{Z}_A = \tilde{Z}_{A,t=1} + W_1(\tilde{Z}_{A,t=1}) = \tilde{Z}_{A,t=1} + \tilde{m} \times \tilde{Z}_{A,t=1} = \tilde{Z}_{A,t=1} \times (1+\tilde{m}).$$

28) *Zu Risikomaßen siehe bspw. Albrecht, Risk Measures, Universität Mannheim SFB 504, 2003; Szegö, Measures of risk, EJoOR 163, 2005 S. 5-19.*

29) *Für die Standardabweichung gilt allgemein $\sigma(a \times X + b) = a \times \sigma(X)$.*

30) *Vgl. die Umformungen im Anhang. Ist der Wert der Zahlung gleich Null, so ergibt sich eine unendliche Rendite.*

$$(18)\quad k_{EK} = r_A^e = \frac{E(\tilde{\tilde{Z}}_A)}{W_0(\tilde{\tilde{Z}}_A)} - 1 = r_f + \frac{\frac{\sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A)}{W_0(\tilde{\tilde{Z}}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)}(E(\tilde{r}_M) - r_f) = \\ = r_f + \frac{\sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A)(1+r_f)}{E(\tilde{\tilde{Z}}_A)\sigma(\tilde{r}_M) - \sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A) \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}(E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Interpretiert man nun den Quotienten aus der Standardabweichung der unsicheren Zahlung und dem Wert der unsicheren Zahlung als Standardabweichung der Rendite des Unternehmens (der zu bewertenden Anlage), so erhält man die Gleichung des Modells von Balz und Bordemann (Gleichung (8)). Auch hier gilt wie im Modell von Balz und Bordemann, dass die Renditen der Anlage A und des Marktportfolios als vollständig korreliert angenommen werden, also $\rho_{AM} = 1$ ist.

b) Erweiterung: Berücksichtigung von Korrelationen

In der Regel wird diese Annahme $\rho_{AM} = 1$ aber nicht erfüllt sein und damit sind Diversifikationsmöglichkeiten vorhanden. Für die Bewertung der unsicheren Zahlung ist dies zu berücksichtigen. Gemäß Spremann (2004)[31] ist nun lediglich der nicht-diversifizierbare Anteil des Risikos (die systematischen Risiken) der Zahlung für die Bewertung relevant, da unsystematische Risiken als diversifizierbar angenommen werden.

Üblicherweise wird für die Messung der stochastischen Abhängigkeit zwischen zwei Risiken (bzw. den zugrunde liegenden Verteilungen) der Korrelationskoeffizient (von Bravais und Pearson) verwendet[32]. Mit ρ_{AM} sei der Korrelationskoeffizient zwischen der Zahlung $\tilde{Z}_A$ aus der Anlage A und dem Marktportfolio M bezeichnet. Damit reduziert sich die bewertungsrelevante Standardabweichung der Zahlung $\tilde{Z}_A$ durch die Multiplikation mit ρ_{AM}[33]. Hieraus ermittelt sich der Wert der Zahlung $\tilde{Z}_A$ dann zu

$$(19)\quad W_0(\tilde{\tilde{Z}}_A) = \frac{E(\tilde{\tilde{Z}}_A) - \frac{\rho_{AM}\sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1+r_f)}$$

Entsprechend ergibt sich für den Kapitalkostensatz

$$(20)\quad k_{EK} = r_A^e = \frac{E(\tilde{\tilde{Z}}_A)}{W_0(\tilde{\tilde{Z}}_A)} - 1 = r_f + \frac{\frac{\rho_{AM}\sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A)}{W(\tilde{\tilde{Z}}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)}(E(\tilde{r}_M) - r_f) = \\ = r_f + \frac{\rho_{AM}\sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A)(1+r_f)}{E(\tilde{\tilde{Z}}_A)\sigma(\tilde{r}_M) - \rho_{AM}\sigma(\tilde{\tilde{Z}}_A) \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}(E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Sind die Zahlung aus der Anlage A und die Marktrendite (stochastisch) unabhängig voneinander, also $\rho_{AM} = 0$, so ist der Eigenkapitalkostensatz wie erwartet identisch mit dem risikolosen Zinssatz, da dann alle Risiken als diversifizierbar und damit nicht bewertungsrelevant angenommen werden.

Hinsichtlich des hier verwendeten Begriffs der Diversifikation ist durchaus Klärungsbedarf vorhanden. Spremann[34] führt hierzu aus, dass eine Abhängigkeit von der Wahl des Risikomaßes besteht. Wird unter Risiko eine mögliche Abweichung der Rendite von ihrem Erwartungswert (gemessen durch die Standardabweichung der Rendite) verstanden, so ist es das Ziel der Diversifikation, die „normalen" Renditeschwankungen der einzelnen Anlagen im Portefeuille auszugleichen. Spremann bezeichnet dies als „Normalfall-Risiko". Risiko kann aber beispielsweise auch als Verlustgefahr oder besser als Möglichkeit des Nichterreichens eines vorher festgelegten Schwellenwerts (Target) angesehen („Stressfall-Risiko") und entsprechend mittels der Shortfall-Wahrscheinlichkeit gemessen werden[35]. Dann ist aber auch das Ziel der Diversifikation ein anderes: Die Eintrittswahrscheinlichkeit und Konsequenzen des Nichterreichungsfalls sollen verringert und gemildert werden. Für den Normalfall wird das Ausmaß möglicher Diversifikationseffekte durch die Korrelationen der Renditen der Einzelanlagen bestimmt werden. Die Korrelation zwischen zwei Anlagen misst dabei die Tendenz, dass Renditeschwankungen bei den beiden Anlagemöglichkeiten zeitgleich eintreten. Bei alternativen Risikomaßen muss auch die „Abhängigkeit" anders bestimmt werden[36]. Im Hinblick auf eine Diversifikation der Verlustgefahr kommt es darauf an, ob bei zwei betrachteten Anlagen der Unterschreitungsfall tendenziell synchron oder eher asynchron eintritt. Spremann zeigt nun anhand von Beispielen, dass zwei Aktien im Hinblick auf den Normalfall von Renditeschwankungen zwar eine recht gute Diversifikation, aber keine für den Stressfall bieten und umgekehrt kann es Wertpapiere geben, die im Stressfall gute Diversifikation bieten, zugleich aber im Normalfall keinerlei Diversifikation gestatten. Diese Effekte sind mit dem Korrelationskoeffizienten allein nicht darstellbar. Spremann schlägt beispielsweise vor, die Korrelationsstrukturen für den „Normalfall" und den „Krisenfall", also in Perioden mit stark negativen Marktrenditen, getrennt zu berechnen. Eine weitere Möglichkeit stellt die Verwendung sog. Copulae dar, wie z.B. der t-Copula. Diese beschreiben die funktionalen Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Zufallsvariablen in den Rändern der Verteilungen[37].

31) *Vgl. auch Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, JoF 1964 S. 425 – 442. Implizit wird damit unterstellt, dass das Unternehmen für den Eigentümer nur ein kleines zusätzliches Investment zu einer Anlage in das Marktportfolio darstellt.*

32) *Problematisch bei der Verwendung dieses Korrelationskoeffizienten ist allerdings, dass dieser nur lineare stochastische Abhängigkeiten erfasst. Der Rangkorrelationskoeffizient erfasst demgegenüber lediglich monotone Abhängigkeiten, Copulae dagegen theoretisch nahezu beliebige Abhängigkeiten.*

33) *Was aus der Gleichung des Beta-Faktors* $\beta_A = \frac{\rho_{AM} \times \sigma_A}{\sigma_M}$ *ersichtlich wird.*

34) *Vgl. zum Folgenden Spremann, Diversifikation im Normalfall und im Stressfall, ZfB 67/1997 S. 865-886.*

35) *Dies stellt natürlich nur eine Möglichkeit der alternativen Risikomessung dar. Analoge Überlegungen gelten bei anderen Risikomaßen wie LPM-Maßen höherer Ordnung oder quantilsbasierten Risikomaßen wie dem Value at Risk oder dem Conditional Value at Risk (vgl. Abschnitt IV).*

36) *Vgl. zur Co-Schiefe oder CoLPM z.B. Hogan/Warren, Toward the development of an equilibrium capital market model based on semivariance, JoFQA 9/1974 S. 1-11; Bawa/Lindberg, a.a.O (Fn. 8); Harlow/Roa, a.a.O. (Fn. 8); Breuer, a.a.O (Fn. 7), S. 391.*

37) *Zeder, Extreme Value Theory im Risikomanagement, 2007.*

c) Erweiterung: Portfoliobetrachtung und unvollkommene Diversifikation

Die Bewertung der unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ wurde bisher „für sich" vorgenommen. Es wurde damit unterstellt, dass der Investor keine anderen Anlagen in seinem Portfolio hält, bzw. die Höhe des bewertungsrelevanten Risikos der betrachteten Zahlung durch das restliche Portfolio nicht beeinflusst ist. Auch hier gilt aber, dass damit eine perfekte Korrelation zwischen dem bisherigen Portfolio und der Zahlung $\tilde{Z}_A$ unterstellt wurde. Es soll daher nun angenommen werden, dass der Investor lediglich einen Teil des eigenen Vermögens im eigenen Unternehmen investiert hat und darüber hinaus ein Portfolio mit Wert P_0 besitzt. Vereinfachend soll angenommen werden, dass sich dieses Portfolio zusammensetzt aus einer Anlage in das Marktportfolio (Anteil am Portfolio a_M) und einer risikolosen Anlage (Anteil am Portfolio $1 - a_M$).

Damit ergibt sich der erwartete Wert seines Portfolios am Ende der betrachteten Periode zu

$$(21)\quad \begin{aligned} &E(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) = \\ &P_0 a_M E(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + E(\tilde{Z}_A) \end{aligned}$$

Für die Standardweichung als Risikomaß ergibt sich

$$(22)\quad \begin{aligned} &\sigma(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) \\ &= \sigma(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + \tilde{Z}_A) \end{aligned}$$

Mit ρ_{AM} sei der Korrelationskoeffizient zwischen der Zahlung $\tilde{Z}_A$ und dem Marktportfolio M bezeichnet. Dann ergibt sich für die Standardabweichung

$$(23)\quad \begin{aligned} &\sigma(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + \tilde{Z}_A) = \\ &\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} \end{aligned}$$

Das Portfolio soll nun wieder mittels Replikation bewertet werden. Die beiden Replikationsgleichungen lauten:

$$(24)\quad \begin{aligned} &P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A) \\ &= x^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) \end{aligned}$$

$$(25)\quad \begin{aligned} &P_0 a_M E(1+\tilde{r}_M) + E(\tilde{Z}_A) + P_0(1-a_M)(1+r_f) \\ &= x(1+E(\tilde{r}_M)) + y(1+r_f) \end{aligned}$$

Durch Umformungen dieser beiden Gleichungen ergibt sich der Wert des Gesamt-Portfolios zu[38]

$$W_0(\tilde{Z}_A) =$$

$$(26)\quad \frac{E(\tilde{Z}_A) - \left(\frac{\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M \right)(E(\tilde{r}_M) - r_f)}{1 + r_f}$$

Entsprechend ergibt sich für den Kapitalkostensatz[39]

$$(27)\; k_{EK} = r_A^e = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} - 1 =$$

$$= r_f + \frac{\left(\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} - P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M) \right)(1+r_f)}{E(\tilde{Z}_A)\sigma(\tilde{r}_M) - \left(\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} - P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M) \right)(E(\tilde{r}_M) - r_f)} (E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Betrachten wir einen Investor, der ein liquides Vermögen P_0 von 1.000 jeweils zur Hälfte (a_M = 0,5) in das Marktportfolio und zur Hälfte in eine risikolose Anlage investiert hat. Die normalverteilte Marktrendite hat einen Erwartungswert $E(\tilde{r}_M)$ von 9% und eine Standardabweichung $\sigma(\tilde{r}_M)$ von 30%. Der risikolose Zins r_f soll 5% betragen. Zusätzlich besitzt er ein eigenes Unternehmen, dessen erwartete Zahlung $E(\tilde{Z}_A)$ in t = 1 1.000 beträgt bei einer Standardabweichung $\sigma(\tilde{Z}_A)$ von 300. Die Korrelation ρ_{AM} zwischen der Zahlung aus dem Unternehmen und der Marktrendite beträgt 0,5. Daraus berechnet sich eine Standardabweichung des gesamten Portfolios des Investors gemäß (23) zu

$$\begin{aligned} &\sigma(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + \tilde{Z}_A) \\ &= \sqrt{1.000^2 \times 0{,}5^2 \times 0{,}3^2 + 2 \times 0{,}5 \times 1.000 \times 0{,}5 \times 0{,}3 \times 300 + 300^2} = 397 \end{aligned}$$

Damit ermittelt sich der Wert der Zahlung zu

$$W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{1.000 - \left(\frac{397}{0{,}3} - 1.000 \times 0{,}5 \right)(0{,}09 - 0{,}05)}{1 + 0{,}05} = 921$$

Somit ergibt sich der Kapitalkostensatz zu

$$k_{EK} = r_A^e = \frac{1.000}{921} - 1 = 8{,}6\%$$

Im nächsten Abschnitt wird nun abschließend aufgezeigt, wie dieser Ansatz verallgemeinert werden kann unter Berücksichtigung anderer Risikomaße als des Beta-Faktors bzw. der hier zugrundeliegenden Standardabweichung. Diese ist dann ein geeignetes Risikomaß, wenn eine Normalverteilung unterstellt wird. Sie ist insbesondere kein geeignetes Risikomaß, wenn asymmetrische oder stark gewölbte Zahlungsverteilungen vorliegen, da sie dann den Risikoumfang unter Umständen erheblich unterschätzt. Für die Bewertung eines Risikos müssen mögliche positive wie mögliche negative Wirkungen erfasst werden – wobei Letztere gemäß der psychologischen Forschung die Bewertung sogar noch stärker beeinflussen, als dies die Erwartungsnutzentheorie zeigt (siehe Prospect-Theorie). Zur Beschreibung des Gesamtrisikoumfangs werden wegen der besonderen Bedeutung möglicher Verluste insbesondere auch sogenannte „Downside-Risikomaße" verwendet, die speziell den möglichen Umfang negativer Abweichungen erfassen. Zu nennen sind hier beispielsweise der Value-at-Risk[40], oder der Conditional Value-at-Risk[41]. Sie sind sinnvoll, wenn die Risiken nicht symmetrisch und Verluste besonders zu beachten sind.

d) Weiterführende Entwicklungen: Fremdkapitalfinanzierung, Steuern und Mehrperiodenbewertungsmodelle

Neben den bisher erläuterten Modellerweiterungen sind weitere Entwicklungs- und Verallgemeinerungsmöglichkeiten des hier beschrie-

38) Vgl. Anhang. Der Diversifikationsvorteil wird dabei der Zahlung aus dem Unternehmen zugerechnet. Die Diversifikation wirkt risikosenkend und damit werterhöhend, es gilt also nicht die Wertadditivität.

39) Analog der Umformung von Gleichung (18) im Anhang.

40) Der Value-at-Risk zum Konfidenzniveau α ist definiert als $P(X \leq VaR_\alpha(X)) = \alpha$, mit $0 < \alpha < 1$.

41) Der Conditional Value-at-Risk zum Konfidenzniveau α ist definiert als $CVaR_\alpha(X) = -E[X \mid X < -VaR_\alpha(X)]$.

benen Bewertungsverfahrens nützlich. Drei dieser Entwicklungslinien sollen im Folgenden kurz umrissen werden.

aa) Berücksichtigung der Fremdfinanzierung und möglicher Abweichungen der Fremdkapitalkosten vom risikolosen Zinssatz

Bisher wurde hinsichtlich der zu bewertenden unsicheren Zahlung nicht unterschieden, ob diese den Eigentümern (Bewertungssubjekt) zufließt[42)] oder ob diese Eigentümern und Gläubigern gemeinsam zustehen[43)]. Im Falle eines unverschuldeten Unternehmens ist hier keine diesbezügliche Unterscheidung erforderlich. Bei einem verschuldeten Unternehmen kann das Bewertungsverfahren in zwei Gestaltungsvarianten angewandt werden, entweder

- es erfolgt eine Bewertung genau derjenigen Zahlungen, die den Eigentümern zufließen ($\tilde{Z}_A^{\text{Eigentümer}}$), also eine Equity-Bewertung, oder
- es erfolgt im ersten Schritt eine Bestimmung des Unternehmenswerts (Entity-Value) unter Verwendung der Zahlung $\tilde{Z}_A$ und in einem zweiten Schritt wird der Marktwert (näherungsweise ggf. Nominalwert) des Fremdkapitals abgezogen.

Bei einem verschuldeten Unternehmen mit ausfallbedrohtem Fremdkapital muss zudem geprüft werden, ob weiterhin als Investitionsalternative (Kapital y) die risikolose Anlage (mit Zinssatz r_f) heranzuziehen ist. Zunächst muss klargestellt werden, ob in Anbetracht der verfügbaren Handlungsoptionen (und der Ausgangssituation des Unternehmens) die Opportunitätskosten durch einen Soll- oder Habenzinssatz zu beschreiben sind, die aufgrund von Transaktionskosten beide vom risikolosen Zinssatz abweichen werden[44)]. Der Sollzinssatz ist dabei vom Rating des Unternehmens abhängig, und damit implizit von (a) erwartetem Ertragsniveau, (b) Risikoumfang und (c) Risikotragfähigkeit und schon vorhandener Verschuldung[45)]. Für die Replikationsgleichung (gemäß Gleichung (9)) ist bei ausfallgefährdetem Fremdkapital die erwartete Rendite der Gläubiger maßgeblich, die sich aufgrund der Insolvenzwahrscheinlichkeit von den (vertraglich vereinbarten) Sollzinssätzen unterscheidet[46)].

bb) Berücksichtigung von Unternehmenssteuern

Die Betrachtung von Unternehmenssteuern ist insbesondere erforderlich, wenn eine teilweise Fremdfinanzierung vorgesehen ist, die eine steuerliche Absetzbarkeit des Zinsaufwands ermöglicht[47)]. Die Steuervorteile der Fremdfinanzierung führen zu einem Tax-Shield, das in der Bewertung additiv berücksichtigt werden kann[48)]. Die Höhe des Tax-Shields ist dabei abhängig von der angenommenen Finanzierungspolitik, wobei – unabhängig von der durchaus diskussionswürdigen Realitätsnähe – im Allgemeinen unterschieden wird zwischen autonomer, wertorientierter und bilanzabhängiger Finanzierungspolitik[49)].

cc) Betrachtung eines Mehrperiodenbewertungskalküls

Eine Erweiterung des dargestellten Bewertungskonzepts auf ein Mehrperiodenbewertungsmodell ist im Allgemeinen nur unter zusätzlichen (teilweise restriktiven) Annahmen möglich. Schon oben wurde darauf hingewiesen, dass mit dem dargestellten Bewertungsansatz auch Mehrperiodenmodelle implizit abgebildet werden können, wenn die Konsequenzen von Veränderungen bezüglich der Erwartungen zukünftiger Zahlungen (für $t > 1$) sich in der (potenziellen) Zurückzahlung in $t = 1$ widerspiegeln, die dann als Schätzer für einen potenziellen Verkaufspreis aufzufassen sind. Eine implizite Erfassung zukünftiger Zahlungen gelingt damit beispielsweise durch ein explizites „Marktpreisschätzungsmodell", das die zu bewertende Rückzahlung in Periode $t = 1$ aufspaltet in einen Periodenüberschuss (z.B. Dividende) und einen möglichen Verkaufserlös $\tilde{p}$, der im einfachsten Fall z.B. durch ein Multiplikatormodell (mit einem aus heutiger Sicht unsicheren Multiplikator $\tilde{m}$) oder ein Phasen-Bewertungsmodell bestimmt werden kann[50)]:

$$\tilde{Z}_A = \tilde{Z}_{A,t=1} + \tilde{P} = \tilde{Z}_{A,t=1} + \tilde{m} \times \tilde{Z}_{A,t=1} = \tilde{Z}_{A,t=1} \times (1 + \tilde{m})$$

Eine explizite Abbildung eines mehrperiodigen Bewertungskalküls erfordert insbesondere die komplette Spezifikation des zu bewertenden stochastischen Prozesses der unsicheren Zahlungen, insbesondere also auch der stochastischen Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Perioden (im einfachsten Fall der Autokorrelation). Eine Bewertung ist dann mittels rekursiver Bewertungsansätze möglich[51)].

42) *Entsprechend einer Dividende oder Flow-to-Equity – also im Sinne einer Equity-Bewertung.*
43) *Also beispielsweise Free-Cashflows darstellen – entsprechend einer Entity-Bewertung.*
44) *Siehe zu Interdependenzen, die sich durch Liquiditätsbeziehungen oder andere Abhängigkeiten ergeben, z.B. auch Hering, a.a.O., (FN 2) sowie zu Verbundeffekten Laux, Wertorientierte Unternehmensführung und Kapitalmarkt, 2003, S. 33-35.*
45) *Gleißner, a.a.O. (Fn. 15).*
46) *Siehe Cooper/Davydenko, The Cost of Debt, London Business School, 2001 und Vettinger/Volkart, Der Schweizer Treuhänder 9/2002 S. 751-758.*
47) *Auf die ergänzende Berücksichtigung persönlicher Steuern wird an dieser Stelle verzichtet. Zu diesem Kontext, insbesondere im Hinblick auf die Berücksichtigung der neuen Abgeltungssteuer in dem Bewertungsverfahren des IDW S1, sei verwiesen auf Streitferdt, FB 4/2008 S. 268-276 sowie Beyer, FB 4/2008 S. 256-267 und Zeidler/Schöniger/Tschöpel, FB 4/2008 S. 276-288.*
48) *Anzumerken ist hierbei, dass hier das „tatsächliche" Fremdkapital maßgeblich ist, und nicht eine – z.B. aus Risikoinformation und Ratingrestriktionen abgeleitete – „risikogerechte Finanzierungsstruktur", womit infolge bestehender Informationsasymmetrien Fremdkapitalbestand und Tax-Shield letztlich auch von der konkreten Verhandlung mit Gläubigern abhängig werden.*
49) *Siehe Kruschwitz/Löffler, Discounted Cash Flow – The Theory of the Valuation of Firms, 1. Aufl. 2006, Löffler, ZfB 2004 H. 9 S. 933-942, zur Verallgemeinerung der autonomen Finanzierung sowie Essler/Kruschwitz/Löffler, BfuP 2/2004 S. 134-147.*
50) *iehe hierzu z.B. Richter, Mergers & Acquisitions – Investmentanalyse, Finanzierung und Prozessmanagement, 1. Aufl. 2005 sowie Fuller/Hsia, Financial Analyst Journal, September-October 1984 S. 49-56.*
51) *Siehe z.B. zu Bewertungsmethoden und Aggregationsreihenfolge bei der Bewertung mehrperiodiger Zahlungen Ballwieser, Unternehmensbewertung: Prozess, Methoden und Probleme, 2004 S. 71-74, sowie Gleißner/Kamaras/Wolfrum, in: Gleißner/Schaller (Hrsg.), Private Equity – Beurteilungs- und Bewertungsverfahren von Kapitalbeteiligungsgesellschaften, 2008, S. 129-193.*

Bekanntlich stellen sich bei mehrperiodigen Zahlungen eine Reihe von Herausforderungen, die in diesem Fachtext nicht alle betrachtet werden sollen. Beispielhaft sei hingewiesen auf die Diskussion bezüglich „einmaliger“ und „gleichmäßiger“ Risikoauflösung im Zeitverlauf und die zugrunde liegenden Annahmen bezüglich der zu bewertenden stochastischen Prozesse (z.B. des Martingalprozesses)[52),53)].

Den einperiodigen Replikationsansatz bspw. erweitert Spremann auf mehrere Perioden (präziser auf eine Zahlung $\tilde{Z}_{A,t}$ die in Periode t anfällt), indem er einen Martingalprozess der Zahlungen unterstellt und diese als normalverteilt annimmt. Dies führt dann zu folgender Bewertungsgleichung:

$$W(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_{A,t}) - ((1+r_M^e)^t - (1+r_f)^t) \times \dfrac{\sigma(\tilde{Z}_{A,t})}{\sqrt{t} \times \sigma(\tilde{r}_M)}}{(1+r_f)^t}$$

IV. Erweiterung des Modells auf beliebige Risikomaße

1. Grundlagen

In Abschn. III.3.a wurde die Replikationsgleichung für allgemeine Risikomaße $R(\tilde{Z}_A)$ angegeben[54)].

$$(28)\ R(\tilde{Z}_A) = R(x \times (\tilde{r}_M - E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A))$$

Ist das Risikomaß bekannt, kann diese Gleichung nach x aufgelöst und damit bewertet werden. Hierbei muss aber unterschieden werden, ob es sich dabei um ein lageabhängiges Risikomaß (wie den Value-at-Risk oder den Conditional Value-at-Risk) oder ein lageunabhängiges Risikomaß (wie die Standardabweichung oder den relativen bzw. Deviation Value-at-Risk) handelt. Da sich in der Realität Zahlungen und Renditen oft nicht durch Normal- oder Lognormalverteilungen beschreiben lassen (z.B. wegen „Fat-Tails“), gewinnen solche Risikomaße an Bedeutung.

2. Lageunabhängige Risikomaße

Gilt beispielsweise für das Risikomaß[55)]

$$(29)\ R(a + b\hat{Y}) = bR(\hat{Y})$$

so vereinfacht sich (28) zu

$$(30)\ R(\tilde{Z}_A) = x \times R(\tilde{r}_M)$$

Das Risikomaß ist somit lageunabhängig und kann damit als Maß für die Planungssicherheit bzw. den Umfang möglicher Planabweichungen (vom Erwartungswert) aufgefasst werden.

Auflösen nach x ergibt dann

$$(31)\ x = \frac{R(\tilde{Z}_A)}{R(\tilde{r}_M)}$$

Setzt man dies in (12) und (11) ein, so erhält man für den Wert

$$(32)\ W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \dfrac{R(\tilde{Z}_A)}{R(\tilde{r}_M)}(E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1+r_f)}$$

Damit ergibt sich der Kapitalkostensatz als erwartete Rendite des Unternehmers zu

$$(33)\ k_{EK} = r_A^e = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} - 1 = r_f + \frac{\dfrac{R(\tilde{Z}_A)}{W(\tilde{Z}_A)}}{R(\tilde{r}_M)}(E(\tilde{r}_M) - r_f) = $$
$$= r_f + \frac{R(\tilde{Z}_A)(1+r_f)}{E(\tilde{Z}_A)R(\tilde{r}_M) - R(\tilde{Z}_A)(E(\tilde{r}_M) - r_f)}(E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Die Standardabweichung als wichtiger Spezialfall lageunabhängiger Risikomaße wurde in Abschnitt III.3 eingehend behandelt, so dass auf weitere lageunabhängige Risikomaße wie Deviation Value at Risk oder Deviation Conditional Value at Risk nicht weiter eingegangen wird.

3. Lageabhängige Risikomaße

Gilt statt (29) aber[56)]

$$(34)\ R(a + b\hat{Y}) = -a + bR(\hat{Y})$$

so kann (28) umgeformt werden zu

$$(35)\ R(\tilde{Z}_A) = x \times (R(\tilde{r}_M) + E(\tilde{r}_M)) - E(\tilde{Z}_A)$$

Das Risikomaß ist somit lageabhängig und kann damit als Maß für den realistischen Maximalschaden aufgefasst werden. Beispiele für lageabhängige Risikomaße sind der Value-at-Risk (VaR) oder der Conditional Value-at-Risk (CVaR).

Auflösen nach x ergibt dann

$$(36)\ x = \frac{R(\tilde{Z}_A) + E(\tilde{Z}_A)}{R(\tilde{r}_M) + E(\tilde{r}_M)}$$

Setzt man dies in (12) und (11) ein, so erhält man für den Wert

$$(37)\ W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \dfrac{R(\tilde{Z}_A) + E(\tilde{Z}_A)}{R(\tilde{r}_M) + E(\tilde{r}_M)}(E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1+r_f)}$$

52) *Siehe hierzu Schwetzler, Unternehmensbewertung unter Unsicherheit – Sicherheitsäquivalent- oder Risikozuschlagsmethode?, Zfbf 52/2000 S. 469-486; Wilhelm, Bemerkungen über Kapitalkosten vor und nach Steuern – Anmerkungen zu dem gleichnamigen Beitrag von Kruschwitz und Löffler, ZfB 75/2005 S. 1005-1012; Laitenberger, ZfB 2006 H.1 S. 79-101 und zusammenfassend Mölls/Kern/Krag, Alternative Kapitalkosten- und Risikoauflösungskonzepte in der Unternehmensbewertung, FB 2008 S. 38-47.*

53) *Im Hinblick auf weitere Herausforderungen bei der Bewertung mehrperiodiger Zahlungen, z.B. im Hinblick auf mögliche stochastische Abhängigkeit zwischen den zu bewertenden Zahlungen und dem (dann unsicheren) risikolosen Zinssatz, sei verwiesen auf Fama, a.a.O. (Fn. 1), S. 3-24; speziell zu mehrperiodigem CAPM Röder/Müller, Mehrperiodige Anwendung des CAPM im Rahmen von DCF Verfahren, FB 3/2001 S. 225-233; Hachmeister in Kruschwitz/Löffler (Hrsg.), Ergebnisse des Berliner Workshops „Unternehmensbewertung“ vom 7.2.98, 1998 S. 25-33, die in der Bewertungspraxis in der Regel nur über extrem restriktive Annahmen gelöst werden: speziell die Annahme eines Martingalprozesses der zu bewertenden Zahlungen und zusätzlich der Annahme, dass alle anderen Parameter deterministisch sind.*

54) *Anzumerken ist, dass auch auf Basis anderer Risikomaße als der Standardabweichung CAPM-Varianten entwickelt wurden und sich deren Relevanz auch auf Basis der Erwartungsnutzentheorie belegen lässt (vgl. Fn. 36).*

55) *Vgl. das Axiomensystem für Risikomaße von Rockafellar/Uryasev/Zabarankin, Deviation measure in risk analysis and optimization, Research Report, 2002.*

56) *Vgl. Axiomensystem von Artzner et al., Coherent Measures of Risk, MF 3/1999 S. 205 ff.*

Damit ergibt sich der Kapitalkostensatz als erwartete Rendite der Anlage in das Unternehmen unter Verwendung eines lageabhängigen Risikomaßes zu

$$(38)\quad \begin{aligned} k_{EK} &= r_A^e = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} - 1 = r_f + \frac{\dfrac{R(\tilde{Z}_A)+E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)}}{R(\tilde{r}_M)+E(\tilde{r}_M)}(E(\tilde{r}_M)-r_f) = \\ &= r_f + \frac{(R(\tilde{Z}_A)+E(\tilde{Z}_A))(1+r_f)}{E(\tilde{Z}_A)(R(\tilde{r}_M)+E(\tilde{r}_M)) - (R(\tilde{Z}_A)+E(\tilde{Z}_A))(E(\tilde{r}_M)-r_f)}(E(\tilde{r}_M)-r_f) \end{aligned}$$

Dies stellt analog zu Abschnitt III.3.a den Fall dar, wenn der Investor sein gesamtes Vermögen in das Unternehmen investiert hat, also keine Diversifikationsvorteile bestehen. Eine Erweiterung um eine Portfoliobetrachtung analog zu Abschnitt III.3.c, führt zu der folgenden Gleichung hinsichtlich des Risikomaßes des Ertrags aus dem Gesamtportfolio des Investors.

$$(39)\quad \begin{aligned} &R\,(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) \\ &= R(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + \tilde{Z}_A) - P_0 \times (1-a_M) \times (1+r_f) \end{aligned}$$

Hier ist es nun aber sowohl vom Risikomaß als auch von den zugrunde liegenden Verteilungen der risikobehafteten Größen abhängig, ob und wie dies weiter aufgelöst werden kann. Nachfolgend soll der einfache Fall betrachtet werden, dass sowohl die Marktrendite als auch die unsichere Zahlung einer Normalverteilung folgt, wobei sich Vorteile anderer Risikomaße gegenüber der Standardabweichung erst bei davon abweichenden Verteilungen zeigen (die z.B. Fat Tails aufweisen). Als Risikomaß soll der Value-at-Risk Anwendung finden[57]. Dieser bestimmt sich allgemein als (negatives) p-Quantil der betrachteten Verteilung (wobei p als Ausfallwahrscheinlichkeit interpretiert werden kann, bzw. $\alpha = 1 - p$ als Konfidenzniveau bezeichnet wird).

$$(40)\quad VaR_\alpha(\tilde{Z}_A) = -Q_p(\tilde{Z}_A)$$

Im Fall von Normalverteilungen ermittelt sich der Value at Risk zu:

$$(41)\quad VaR_\alpha(\tilde{Z}_A) = -(E(\tilde{Z}_A) + q_p\sigma(\tilde{Z}_A))$$

wobei q_p das p-Quantil der Standardnormalverteilung bezeichnet.

Für die Replikationsanlage gilt somit

$$(42)\quad \begin{aligned} &VaR_\alpha(x \times (1+\tilde{r}_M) + y \times (1+r_f)) \\ &= -(E(x \times (1+\tilde{r}_M) + y \times (1+r_f)) \\ &\quad + q_p\sigma(x \times (1+\tilde{r}_M) + y \times (1+r_f))) \\ &= -(x \times (1+E(\tilde{r}_M)) + y \times (1+r_f) + q_p \times x \times \sigma(\tilde{r}_M)) \end{aligned}$$

Gleichung (39) kann wiederum geschrieben werden mittels

$$(43)\quad \begin{aligned} &VaR_\alpha(P_0\alpha_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) = \\ &= -\begin{pmatrix} E(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) \\ +q_p\sigma(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) \end{pmatrix} = \\ &= -\begin{pmatrix} E(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) \\ +q_p\sigma(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + \tilde{Z}_A) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Gemäß Gleichung (23) gilt

$$(44)\quad \begin{aligned} &\sigma(P_0 \times a_M \times (1+\tilde{r}_M) + \tilde{Z}_A) = \\ &\sqrt{P_0^2 \times a_M^2 \times \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M \times \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} \end{aligned}$$

Somit ergibt sich also

$$(45)\quad \begin{aligned} &VaR_\alpha(P_0 \times a_M \times (1+\tilde{r}_M) + P_0 \times (1-a_M) \times (1+r_f) + \tilde{Z}_A) \\ &= -\begin{pmatrix} E(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) + q_p \\ \sqrt{P_0^2 a_M^2\sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M\sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Das Portfolio soll nun wieder mittels Replikation bewertet werden. Damit ergeben sich die beiden Gleichungen

$$(46)\quad \begin{aligned} &E(P_0 a_M(1+\tilde{r}_M) + P_0(1-a_M)(1+r_f) + \tilde{Z}_A) + q_p \\ &\sqrt{P_0^2 a_M^2\sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M\sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} \\ &= x(1+E(\tilde{r}_M)) + y(1+r_f) + q_p x\sigma(\tilde{r}_M) \end{aligned}$$

$$(47)\quad \begin{aligned} &P_0 a_M(1+E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A) + P_0(1-a_M) \times (1+r_f) \\ &= x \times (1+E(\tilde{r}_M)) + y \times (1+r_f) \end{aligned}$$

Aus diesen beiden Gleichungen ermittelt sich ein Wert der unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ zu[58]

$$(48)\quad W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \left(\dfrac{\sqrt{P_0^2 a_M^2\sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M\sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M\right)(E(\tilde{r}_M) - r_f)}{1+r_f}$$

Dies entspricht exakt der Gleichung (26) für die Standardabweichung als Risikomaß. Dies erklärt sich daraus, dass im Falle einer Normalverteilung die Standardabweichung alle Informationen über das (lageunabhängige) Risiko der Verteilung enthält (vgl. Gleichung (41)). Damit ergeben sich auch die Kapitalkosten wie im Fall der Standardabweichung als Risikomaß zu:

$$(49)\quad \begin{aligned} k_{EK} &= r_A^e = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} - 1 = \\ &= r_f + \frac{\left(\dfrac{\sqrt{P_0^2 a_M^2\sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M\sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M\right)}{W_0(\tilde{Z}_A)}(E(\tilde{r}_M) - r_f) = \\ &= r_f + \frac{\left(\dfrac{\sqrt{P_0^2 a_M^2\sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M\sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M\right)(1+r_f)}{E(\tilde{Z}_A) - \left(\dfrac{\sqrt{P_0^2 a_M^2\sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM}P_0 a_M\sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M\right)(E(\tilde{r}_M) - r_f)}(E(\tilde{r}_M) - r_f) \end{aligned}$$

Für normalverteilte Zahlungen aus der Anlage (dem Unternehmen) und normalverteilte Marktrenditen reicht also die Betrachtung der Standardabweichung als Risikomaß aus, bzw. erge-

57) Während der Value-at-Risk die Abweichung misst, die innerhalb einer bestimmten Haltedauer mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird, gibt der Conditional Value-at-Risk an, welche Abweichung bei Eintritt dieses Extremfalls, d.h. bei Überschreitung des Value-at-Risk, zu erwarten ist. Im Gegensatz zum VaR ist der CVaR ein sog. kohärentes Risikomaß (vgl. Artzner et al, a.a.O (Fn. 54).

58) Vgl. Anhang.

ben sich keine anderen Werte und Kapitalkosten unter Verwendung des Value at Risk. Insbesondere ist das zugrunde gelegte Konfidenzniveau $\alpha = 1 - p$ für das Ergebnis irrelevant. Im Fall von Normalverteilungen beinhaltet die Standardabweichung alle relevanten Informationen über die Verteilung, der Value at Risk lässt sich daraus ableiten[59)]. In der Praxis werden insbesondere die Zahlungen aber nicht normalverteilt sein, womit sich die Ergebnisse für den Wert der Zahlung und die Kapitalkosten bei Verwendung verschiedener Risikomaße auch unterscheiden[60)].

V. Zusammenfassung und Ausblick

Insgesamt zeigt sich, dass in einem unvollkommenen und unvollständigen Markt Eigenkapitalkosten und Werte speziell nicht börsennotierter Unternehmen (oder einzelner Geschäftsbereiche börsennotierter Unternehmen) ermittelt werden können unter Beachtung der konkreten Restriktionen und des Informationsstandes des Bewertenden. Mit Hilfe eines einfachen Replikationsmodells wurde gezeigt, wie Unternehmenswerte (Entscheidungswerte) und Kapitalkosten (Diskontierungszinssätze) berechnet werden können. Ausgangspunkt der Berechnung ist dabei die Wahrscheinlichkeitsverteilung der zu bewertenden unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ die konsistent transformiert wird auf einen Erwartungswert $E(\tilde{Z}_A)$ und ein Risikomaß $R(\tilde{Z}_A)$, welches nicht unbedingt die Standardabweichung sein muss (sondern z.B. auch der Value at Risk sein kann). Diese Konsistenz zwischen dem aus der Planung abgeleiteten Erwartungswert der Zahlung und dem Risikomaß ist nicht gewährleistet, wenn letzteres (wie z.B. im CAPM) aus Kapitalmarktdaten bestimmt wird und nicht zugleich strenge Informationseffizienz im Sinne von Fama (1970) angenommen wird[61)]. Im Beitrag wurde zudem gezeigt, welche Konsequenzen sich für Wert und Kapitalkosten durch die Korrelation der zu bewertenden Zahlungsströme mit den restlichen Vermögenspositionen des Bewertenden (z.B. sein Investment in das Marktportfolio) und eine nicht perfekte Diversifikation ergeben. Gerade die unvollkommene Diversifikation ist charakteristisch für die Eigentümer vieler nicht börsennotierter Unternehmen (speziell im Mittelstand) und impliziert höhere Kapitalkosten, also höhere risikogerecht zu erwartenden Renditen in Folge der höheren Risiken. Diese höheren Kapitalkosten des Bewertenden sind bei der Bewertung, speziell der Bestimmung subjektiver Entscheidungswerte, zu berücksichtigen, da Kapitalmarktunvollkommenheiten es im Allgemeinen unmöglich machen, perfekt diversifizierte Portfolios zu realisieren. Insgesamt zeigt die hier vorgeschlagene Vorgehensweise, wie auch unter Berücksichtigung von Kapitalmarktunvollkommenheiten ausgehend von einer Unternehmensplanung, die Transparenz über die Risiken schafft, unmittelbar eine risikogerechte Bewertung von Unternehmen möglich ist.

VI. Anhang:

1. Umformung innerhalb von Gleichung (18)

Ausgangspunkt ist die Gleichung:

$$(50)\ k_{EK} = r_A^e = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} - 1$$

Setzt man hierin

$$(50)\ W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1 + r_f)}$$

(Gleichung (17)) ein, so erhält man

$$(51)\ k_{EK} = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{\frac{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1 + r_f)}} - 1$$

Nun kann auf der rechten Seite r_f einmal addiert und einmal subtrahiert werden.

$$(52)\ k_{EK} = r_f + \frac{E(\tilde{Z}_A)}{\frac{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1 + r_f)}} - 1 - r_f$$

Der Term $(1 + r_f)$ kann nun in den Zähler gebracht werden und $(-1- r_f)$ kann umgeformt werden zu $-(1 + r_f)$

$$(53)\ k_{EK} = r_f + \frac{E(\tilde{Z}_A)(1 + r_f)}{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)} - (1 + r_f)$$

Nun können die beiden rechten Terme zusammengefasst werden

$$(54)\ k_{EK} = r_f + \frac{E(\tilde{Z}_A)(1 + r_f) - (1 + r_f)\left(E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)\right)}{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}$$

Durch Vereinfachung des Zählers des Bruchs ergibt sich

$$(55)\ k_{EK} = r_f + \frac{\frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)(1 + r_f)}{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}$$

59) *Analoges gilt für den CVaR. Dieser bestimmt sich bei Normalverteilungen mittels* $CVaR_\alpha(\tilde{Z}_A) = -\left(E(\tilde{Z}_A) - \frac{\varphi(q_p)}{p}\sigma(\tilde{Z}_A)\right)$, *wobei φ() die Dichte einer standardnormalverteilten Zufallsgröße angibt. Im Vergleich zum VaR wird hier also ein größeres Multipel vom Erwartungswert subtrahiert (vgl. Albrecht/Koryciorz, Bestimmung des Conditional Value-at-Risk (CVaR) bei Normal- bzw. Lognormalverteilung, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft 142, 2003.*

60) *Häufig wird die Verteilung von* $\tilde{Z}_A$ *das Ergebnis einer Monte-Carlo-Simulation sein, also sogar keiner theoretischen Verteilung folgen. Auf die Relevanz der Schiefe und der Wölbung, die sich im Risikomaß zeigt, wurde bereits in Fn. 36 hingewiesen.*

61) *Vgl. Fama, Efficient capital markets: A Review of theory and empirical work, JoF 25/1970 S. 383-417.*

Weiterhin kann geschrieben werden

$$(56)\; k_{EK} = r_f + \frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)}}{\dfrac{E(\tilde{Z}_A) - \dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1 + r_f)}} (E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Nun kann wiederum $W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)}{(1 + r_f)}$ eingesetzt werden

$$(57)\; k_{EK} = r_f + \frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)}}{W_0(\tilde{Z}_A)} (E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Durch Vertauschen der beiden Nenner erhält man[62]

$$(58)\; k_{EK} = r_f + \frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} (E(\tilde{r}_M) - r_f)$$

Gleichung (55) kann aber auch umgeformt werden mittels

$$\begin{aligned} k_{EK} &= r_f + \frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)(1 + r_f)}{E(\tilde{Z}_A) - \dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)} = \\ (59) \quad &= r_f + \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)(1 + r_f)}{\sigma(\tilde{r}_M)\left(E(\tilde{Z}_A) - \dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)\right)} (E(\tilde{r}_M) - r_f) \\ &= r_f + \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)(1 + r_f)}{E(\tilde{Z}_A)\sigma(\tilde{r}_M) - \sigma(\tilde{Z}_A)(E(\tilde{r}_M) - r_f)} (E(\tilde{r}_M) - r_f) \end{aligned}$$

Somit ergibt sich insgesamt

$$\begin{aligned} (60) \quad k_{EK} &= r_A^e = \frac{E(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} - 1 = r_f + \frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} (\mathrm{E}(\tilde{r}_M) - r_f) = \\ &= r_f + \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)(1 + r_f)}{E(\tilde{Z}_A)\sigma(\tilde{r}_M) - \sigma(\tilde{Z}_A) \times (E(\tilde{r}_M) - r_f)} (E(\tilde{r}_M) - r_f) \end{aligned}$$

2. Ermittlung des Wertes aus den Replikationsgleichungen in Abschnitt III.3.c

Das Portfolio soll nun wieder mittels Replikation bewertet werden. Damit ergeben sich die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} (61) \quad & P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A) \\ & = x^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (62) \quad & P_0 \alpha_M (1 + E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A) + P_0(1 - a_M)(1 + r_f) \\ & = x(1 + E(\tilde{r}_M)) + y(1 + r_f) \end{aligned}$$

Der Wert des Portfolios entspricht nun gerade der Summe der beiden Investitionen x und y.

$$(63)\; W(P_0 a_M (1 + \tilde{r}_M) + P_0(1 - a_M)(1 + r_f) + \tilde{Z}_A) = x + y$$

Der gesuchte Wert der unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ ergibt sich daraus durch Subtraktion der Vermögensanteile der Investitionen in das Marktportfolio und die risikolose Anlage.

$$(64)\; W_0(\tilde{Z}_A) = x + y - P_0$$

Damit wird implizit von einer inkrementellen Kapitalallokation ausgegangen[63].

Aus Gleichung (61) ergibt sich nun

$$(65)\; x = \frac{\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}) + \sigma^2(\tilde{Z})}}{\sigma(\tilde{r}_M)}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (62) erhält man

$$\begin{aligned} (66) \quad & \frac{P_0 a_M E(1 + \tilde{r}_M) + E(\tilde{Z}_A) + P_0(1 - a_M)(1 + r_f) - y(1 + r_f)}{(1 + E(\tilde{r}_M))} \\ & = \sqrt{\frac{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}{\sigma^2(\tilde{r}_M)}} \end{aligned}$$

Durch Umformulierung ergibt sich

$$(67)\; y = \frac{\begin{pmatrix} P_0 a_M E(1 + \tilde{r}_M) + E(\tilde{Z}_A) + P_0(1 - a_M)(1 + r_f) - \\ \sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} \end{pmatrix} \dfrac{1 + E(\tilde{r}_M)}{\sigma(\tilde{r}_M)}}{1 + r_f}$$

Also resultiert für (64)

$$(68)\; W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \left(\dfrac{\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M\right)(E(\tilde{r}_M) - r_f)}{1 + r_f}$$

3. Ermittlung des Wertes aus den Replikationsgleichungen in Abschnitt IV.3

Ausgangspunkt sind die beiden Replikationsgleichungen

$$\begin{aligned} & E(P_0 a_M (1 + \tilde{r}_M) + P_0(1 - a_M)(1 + r_f) + \tilde{Z}_A) + q_p \\ (69) \quad & \sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)} \\ & = x(1 + E(\tilde{r}_M)) + y(1 + r_f) + q_p x \sigma(\tilde{r}_M) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (70) \quad & P_0 a_M (1 + E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A) + P_0(1 - a_M) \times (1 + r_f) \\ & = x \times (1 + E(\tilde{r}_M)) + y \times (1 + r_f) \end{aligned}$$

Der Wert des Portfolios entspricht nun gerade der Summe der beiden Investitionen x und y.

$$\begin{aligned} (71) \quad & W_0(P_0 \times a_M \times (1 + \tilde{r}_M) + P_0 \times (1 - a_M) \times (1 + r_f) + \tilde{Z}_A) \\ & = x + y \end{aligned}$$

Der gesuchte Wert der unsicheren Zahlung $\tilde{Z}_A$ ergibt sich unter der Annahme einer inkrementellen Allokation des Risikos daraus durch Subtraktion der Vermögensanteile der Investitionen in das Marktportfolio und die risikolose Anlage.

62)

$$\frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} = \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{W_0(\tilde{Z}_A)} \times \frac{1}{\sigma(\tilde{r}_M)} = \frac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)} \times \frac{1}{W_0(\tilde{Z}_A)} = \frac{\dfrac{\sigma(\tilde{Z}_A)}{\sigma(\tilde{r}_M)}}{W_0(\tilde{Z}_A)}.$$

63) *In der Literatur wird eine Vielzahl von Allokationsverfahren diskutiert. Die gängigsten sind die Standalone-proportionale Allokation, die Kovarianz-basierte Allokation, Allokation nach dem CVaR-Konzept sowie eben die Inkrementelle Allokation (vgl. hierzu bspw. Tillmann, Methoden der Risikokapitalallokation, RM 5/2006; Albrecht/Koryciorz, Methoden der risikobasierten Kapitalallokation im Versicherungs- und Finanzwesen, ZfdgV 93 2004 S. 123-160).*

$$(72)\quad W_0(\tilde{Z}_A) = x + y - P_0$$

Aus Gleichung (70) ergibt sich nun

$$(73)\quad x = \frac{P_0 a_M (1 + E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A) + P_0 (1 - a_M) \times (1 + r_f) - y \times (1 + r_f)}{1 + E(\tilde{r}_M)}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (69) und Umformulierung erhält man

$$(74)\quad y = \frac{P_0 a_M (1 + E(\tilde{r}_M)) + E(\tilde{Z}_A) + P_0 (1 - a_M)(1 + r_f) - \sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\,\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}\,\dfrac{1 + E(\tilde{r}_M)}{\sigma(\tilde{r}_M)}}{(1 + r_f)}$$

Somit resultiert für (73)

$$(75)\quad x = \frac{\sqrt{P_0^2 \times a_M^2 \times \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \times \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)}$$

Womit sich für den Wert übereinstimmend zum Fall der Standardabweichung die folgenden Gleichung ergibt.

$$(76)\quad W_0(\tilde{Z}_A) = \frac{E(\tilde{Z}_A) - \left(\dfrac{\sqrt{P_0^2 a_M^2 \sigma^2(\tilde{r}_M) + 2\rho_{AM} P_0 a_M \sigma(\tilde{r}_M)\sigma(\tilde{Z}_A) + \sigma^2(\tilde{Z}_A)}}{\sigma(\tilde{r}_M)} - P_0 a_M \right)(E(\tilde{r}_M) - r_f)}{1 + r_f}$$