

## Edition Risikomanagement 1.6



### **Renditeoptimierung durch die Verbesserung von Risikomodellen**

Michael Pohl / Henner Schierenbeck

## Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>3</b>
<b>Management Summary</b>	<b>4</b>
<b>Einleitung</b>	<b>6</b>
A. Risikotragfähigkeits- und Risiko-Chancen-Kalkül als Basis der Renditeoptimierung	8
I. Der Risikotragfähigkeitskalkül	10
II. Der Risiko-Chancen-Kalkül	11
1. Risikoadjustierte Performance-Kennzahlen	11
2. Die Ableitung von Ziel-Größen im Risiko-Chancen-Kalkül	12
3. Einfluss des Risikomesssystems auf die Zielerreichung	13
B. Alternative Ansätze der Marktpreisrisikoquantifizierung	14
I. Parametrische Ansätze zur Bestimmung des VaR	15
1. Das Grundmodell des VaR auf Basis der Standardnormalverteilung	15
2. Zeitabhängige Veränderung der Gewichtung von Renditeabweichungen für die Ermittlung des VaR	19
3. Berücksichtigung des VDAX für die Risikoermittlung	23
4. Modifikationen der VaR-Ermittlung zur besseren Erfassung von Extremereignissen	26
II. Die Bestimmung des VaR durch historische Simulation	32
III. Erfassung des Liquiditätsrisikos in Marktpreisrisikomodellen	35
C. Auswirkungen einer exakteren Risikoquantifizierung aus Rentabilitäts Gesichtspunkten	39
<b>Zusammenfassung</b>	<b>42</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>44</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>46</b>

# Vorwort

Sehr geehrte Damen und Herren,

die vorliegende Studie in Zusammenarbeit mit Prof. Dr. Henner Schierenbeck von der Universität Basel widmet sich mit der Erforschung von Risikomodellen einem derzeit stark diskutierten Themenfeld im Risikomanagement. Es geht um die Frage, wie und mit welchen Methoden sich Risiko für den Portfoliomanager abbilden und quantifizieren lässt.

Die gängigen Modelle und finanzmathematischen Verfahren hierzu sind bereits seit einiger Zeit in der Diskussion und haben im Zuge der Finanzmarktkrise neue Aktualität erfahren. Ziel der infrage stehenden Modelle ist es, die abstrakten Risiken mit konkreten Werten wie z. B. dem Value at Risk zu belegen und so für den Portfoliomanager handhabbar zu machen. Die Vorbehalte der Kritiker kreisen vor allen Dingen um die Frage, ob solche Modelle in ausreichendem Maße in der Lage sind, die Komplexität an den Finanzmärkten ausreichend zu erfassen, und ob sie vor allem in der Lage sind, zeitnah auf Extremereignisse zu reagieren.

Diese Kritik aus Wissenschaft und Praxis muss ernst genommen werden. Denn der Umgang mit Risiken ist immer nur so gut wie die angewandten Modelle. An dieser Stelle gibt es Nachholbedarf. Es braucht also eine Weiterentwicklung der existenten Modelle. Die entsprechende Forschung hierzu ist kein wissenschaftlicher Selbstzweck, sondern von hohem Nutzwert für den Anleger. Denn nutzt z. B. der Investor sein selbst gesetztes Risikolimit auf der Basis von ungenauen Risikomodellen voll aus, besteht die Gefahr, dass dieses im Fall des Risikoeintritts überschritten wird. Ist sich der Anleger auf der anderen Seite bewusst, dass sein Risikomodell unzureichend ist, wird er in der Regel nur einen begrenzten Teil des Risikolimits ausschöpfen und damit Gefahr laufen, seine Renditeziele nicht zu verwirklichen.

Herzlichst Ihr



Alexander Schindler



# Management Summary

Die Dynamik des Marktumfeldes sowie die Vergangenheitsbezogenheit der Daten stellen ein Problem bei der Bewertung von Marktpreisrisiken mittels VaR dar. Gleiches gilt für die Berücksichtigung von Extremrisiken.

Die Beherrschung von Risiken der Kapitalanlage erfordert ein institutionalisiertes Risikoüberwachungs- und Deckungssystem. Voraussetzung hierfür sind die Ermittlung der Risikotragfähigkeit und die Zuweisung von Risikolimiten. Hierdurch soll sichergestellt werden, dass der Anleger sich potenzielle Verluste leisten kann. Durch den Risikotragfähigkeitskalkül noch unberücksichtigt ist die Frage, inwieweit sich eingegangene Risiken lohnen. Dies erfolgt im Rahmen des Risiko-Chancen-Kalküls. So müssen mit den Risikobudgets ausreichende Erträge erwirtschaftet werden, um die Ziel-Performance erreichen zu können. Hierzu sind Kennzahlen zur risikoadjustierten Performance-Messung notwendig. In einem ersten Teil widmet sich die Studie daher den theoretischen Zusammenhängen zwischen Risikotragfähigkeit, Risikohöhe und Ertragschancen. Dabei wird deutlich, dass der Erfolg einer risikoadjustierten Steuerung erheblich von der Genauigkeit der Systeme zur Risikomessung abhängt.

Als Standardmaßzahl zur Bewertung von Marktpreisrisiken, aber auch anderer Risikokategorien gilt der Value at Risk (VaR). Um die Güte dieser Kennzahl zu prüfen, wird die Quantifizierung des VaR auf der Basis der Normalverteilung methodisch dargestellt und mit einem historischen DAX-Portfolio abgeglichen. Im Ergebnis lassen sich dabei häufige Überschreitungen des VaR feststellen. Interessant ist die Beobachtung, dass die Zeiten gehäufte Überschreitungen mit dynamischen Phasen gesteigener Marktvolatilität zusammenfallen. Es liegt daher nahe, als Alternative zum VaR-Standardmodell eine Dynamisierung der Standardabweichung durch eine stärkere Gewichtung näher in der Vergangenheit liegender Abweichungen der Renditen vom Erwartungswert zu untersuchen. Dabei wird deutlich, dass die dynamisierte Standardabweichung grundsätzlich eine bessere Risikoschätzung bei unterschiedlichen Konfidenzniveaus ermöglicht.

Ein Problem der bisher vorgestellten Modelle ist deren Vergangenheitsbezogenheit. Anstelle der Ableitung der Standardabweichung aus Vergangenheitsdaten kann daher die implizite Volatilität von Optionsbewertungen gemäß Black/Scholes für die Risikomessung herangezogen werden. Dabei besteht für das DAX-Portfolio die Möglichkeit, als Underlying auf den VDAX zurückzugreifen. Grundlage hierfür ist die Annahme, dass in einem perfekten Markt die in Optionsgeschäften eingepreiste Volatilität der Volatilität der Underlyings entsprechen sollte. Die Untersuchung dieses Ansatzes macht deutlich, dass die Risikoquantifizierung auf Basis der impliziten Volatilität weniger Überschreitungen aufweist als die historische Simulation.

Trotz ihrer Zukunftsbezogenheit ist die VaR-Messung auf Basis des VDAX nur eingeschränkt in der Lage, sogenannte Extremrisiken zu quantifizieren. Abhilfe kann hier die Extremwerttheorie unter besonderer Berücksichtigung der Peaks-over-Threshold-(POT-)Methode schaffen. Grundannahme der Extremwerttheorie ist, dass bei Kenntnis der Randverteilung die Analyse über die Datenbasis hinaus erweitert werden kann, um so Extremereignisse zu betrachten. Die Untersuchung kommt zu dem Ergebnis, dass sich durch diesen Ansatz tatsächlich gute Möglichkeiten zur Verknüpfung von Risikohöhe und Eintrittswahrscheinlichkeit eröffnen. So konnte exemplarisch für den 11.9.2001 gezeigt werden, dass mittels der Peaks-over-Threshold-Methode die Eintrittswahrscheinlichkeit für einen Verlust von 8,5% oder mehr auf einen von 2.040 Handelstagen geschätzt wurde. Tatsächlich sind Verluste dieser Größenordnung in der Vergangenheit etwa alle 2.750 Tage eingetreten. Auf Basis der Normalverteilung wären sie jedoch nur an einem von 232 Millionen Handelstagen zu erwarten gewesen.

Eine weitere Schwäche der meisten Risikomesssysteme liegt darin begründet, dass sie auf dem Mittelwert von Geld- und Briefkurs beruhen. Wird eine Position allerdings tatsächlich veräußert, kann dies in der Regel nur zum tieferen Geldkurs erfolgen. Damit kommt das Marktliquiditätsrisiko zum Tragen. Dieses Risiko besteht grundsätzlich aus zwei Teilen, einem exogenen und dem endogenen Liquiditätsrisiko. Während das exogene Risiko über die Betrachtung der Volatilität der relativen Geld-Brief-Spanne durchaus quantifiziert werden kann, sind die bisherigen Ansätze zur Messung des endogenen Risikos gegenwärtig nicht sinnvoll in Risikokennzahlen zu integrieren. Denn Ansätze zur Integration beruhen auf einer Vielzahl von Annahmen, für die bislang eine gesicherte Datenbasis fehlt.

Endogene Liquiditätsrisiken lassen sich nicht sinnvoll in den VaR integrieren.

Der Schlussteil der vorliegenden Untersuchung widmet sich der Frage, welche Auswirkungen eine verbesserte Risikoquantifizierung auf die Rentabilität des Portfolios haben kann. Im Ergebnis kann dabei beispielhaft gezeigt werden, dass die durch eine optimierte Risikomessung ermöglichte bessere Auslastung von Risikobudgets eine signifikante Steigerung der zu erwartenden Portfoliorendite ermöglichen kann.



„Extremereignisse treten häufiger auf, als dies klassische Verteilungsmodelle unterstellen.“

# Einleitung

Die effiziente Ausnutzung von Risikobudgets erfordert Klarheit über Risikotragfähigkeit, Risikohöhe und Risikochancen.

Das Risikocontrolling sowie die ihm zugrunde liegenden Risikomodelle sind, nicht zuletzt durch die Ereignisse im Rahmen der Subprime-Krise, permanenter Kritik ausgesetzt. Die Kernkritik, dass Risiken nicht hinreichend abgebildet würden, wird dabei häufig auf zwei Ursachen zurückgeführt:

- Einerseits wird den angewandten Modellen vorgeworfen, dass diese nicht in der Lage seien, sich an ein veränderndes Marktumfeld anzupassen, und – da sie in der Regel auf Vergangenheitsdaten beruhen – den aktuellen Entwicklungen immer nur hinterhereilten, diese aber nie einholten.
- Andererseits tritt der Vorwurf zutage, dass die vorhandenen Risikokennzahlen für sogenannte Normalbelastungen, die mit einer hinreichenden Häufigkeit aufträten, gute Schätzungen lieferten, entscheidende Extrembelastungen hingegen massiv unterschätzten oder gar nicht erst abzubilden versuchten.

Für den Anleger kann dieser Umstand dazu führen, dass er sich zwar über den auf sein Anlagevolumen maximal zu tolerierenden Verlust durchaus im Klaren ist, er aber zu keinem Zeitpunkt die Gewissheit besitzt, ob das von ihm gemanagte Portfolio nicht ein wesentlich größeres Risiko aufweist. Dies kann wiederum zwei Auswirkungen nach sich ziehen:

- Nutzt der Anleger sein selbst gesetztes Risikolimit auf Basis der mit seinen Modellen ermittelten Risiken voll aus, besteht die Gefahr, dass im Fall des Risikoeintritts das gesetzte Risikolimit überschritten wird. Ursächlich hierfür könnte eine Verschlechterung des Marktumfelds – beispielsweise durch eine allgemeine Zunahme der Risikoaversion – sein oder der Eintritt eines Extremrisikos, welches das eingesetzte Risikomodell nicht ausreichend quantifizieren konnte.
- Ist sich der Anleger hingegen der Tatsache bewusst, dass sein Risikomodell nur unzureichend ist, wird er in der Regel nur einen bestimmten Anteil seines selbst gesetzten Risikolimits auslasten. Bei der Festlegung dieses Anteils fehlt ihm wiederum eine adäquate Entscheidungsgrundlage. Entsprechend besteht für den Anleger die Gefahr, zu wenig Risiko einzugehen und hierdurch auf mögliche Ertragschancen, im Sinne einer Risiko-Chancen-Überlegung, zu verzichten.

Auf diesen Grundüberlegungen aufbauend, werden im Rahmen der Studie folgende Punkte betrachtet:

- Die Zusammenhänge zwischen Risikotragfähigkeit, Risikohöhe und Ertragschancen werden theoretisch dargestellt. Hierbei werden der Zusammenhang zwischen Risikotragfähigkeit und Risikohöhe anhand des Risikotragfähigkeitskalküls und der Zusammenhang zwischen Ertragschancen sowie Risikohöhe anhand des Risiko-Chancen-Kalküls beschrieben.
- Nachdem sowohl für den Risikotragfähigkeits- als auch den Risiko-Chancen-Kalkül die Risikohöhe das entscheidende Bindeglied darstellt, werden im Weiteren alternative Ansätze betrachtet, die eine Quantifizierung des Risikopotenzials für Marktpreisrisiken ermöglichen. Dabei wird in einem ersten Schritt die Quantifizierung des Value at Risk (VaR) auf Basis der Normalverteilung methodisch dargestellt und auf ein historisches DAX-Portfolio angewandt. Über die Anzahl der Ausreißer wird die Güte des Modells für alternative Konfidenzniveaus und Haltedauern getestet.

- Ausgehend vom Basismodell des VaR werden im Weiteren ein Ansatz zur Dynamisierung der VaR-Ermittlung mittels unterschiedlicher Gewichtung der Vergangenheit sowie die Ermittlung des VaR auf Basis des VDAX vorgestellt. Beide Verfahren werden anhand des historischen DAX-Portfolios auf ihre Güte getestet. Des Weiteren wird im Rahmen der Ansätze der Risikoquantifizierung als Methode zur besseren Quantifizierung sehr seltener Verlusthöhen die Extremwerttheorie vorgestellt und abermals anhand des Portfolios getestet.
- Als nicht parametrischer Ansatz wird die historische Simulation betrachtet.
- Abschließend gilt hinsichtlich der Risikoquantifizierung das Augenmerk Möglichkeiten zur Erfassung von Liquiditätsrisiken im VaR.
- Aufbauend auf den Ergebnissen der Risikoquantifizierung wird letztlich dargelegt, mit welchen Ertragsauswirkungen ein Anleger mit einem vorgegebenen Risikolimit aufgrund einer verbesserten Risikoquantifizierung zu rechnen hat. Dies abgeleitet aus der Grundüberlegung, dass er den „Sicherheitspuffer“ verringern kann, den er zuvor aufgrund der Kenntnis nicht ausgenutzt hat, dass die angewandten Risikoquantifizierungsansätze mangelhaft waren.

Neben der empirischen Untersuchung auf Basis der historischen Entwicklung des DAX 30 Performance Index® und des VDAX-New® beruhen die Ergebnisse der Studie auf der Befragung von 164 institutionellen Anlegern.



Henner Schierenbeck

„Um Rendite und Risiko in ein sinnvolles Verhältnis zu bringen, sind risikoadjustierte Performance-Kennzahlen einzuführen.“

„Die Annahme der Normalverteilung von Kursänderungen ist – insbesondere in jüngerer Vergangenheit – zu verwerfen.“

Michael Pohl

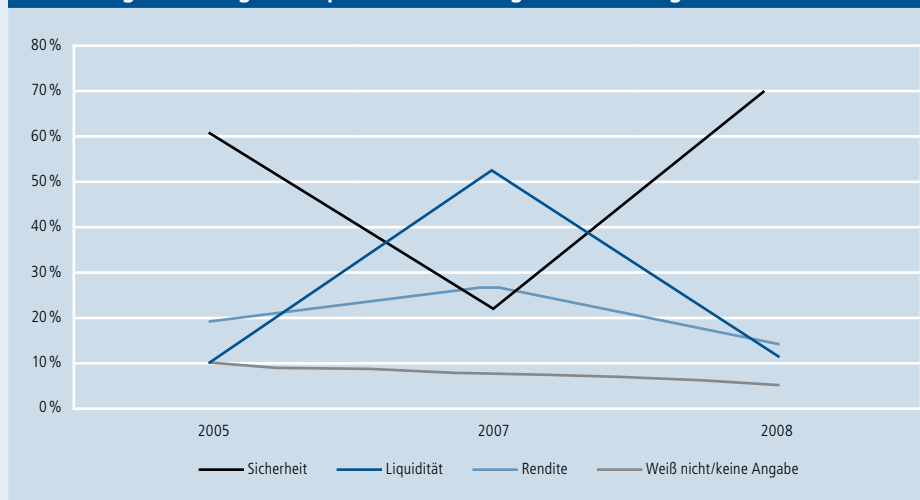


## A. Risikotragfähigkeits- und Risiko-Chancen-Kalkül als Basis der Renditeoptimierung

Die Bedeutung des Aspekts Sicherheit wird von Investoren nicht gleichbleibend beurteilt.

Die Berücksichtigung des Risikogehalts von Anlagen schwankt bei Anlegern im Rahmen des Konjunkturzyklus in der Regel deutlich. Dies kann nicht zuletzt bei einem Vergleich der Wichtigkeit der Aspekte Sicherheit, Liquidität und Rendite bei der Anlageentscheidung zwischen der aktuellen und den beiden letzten Befragungen aus den Jahren 2005 und 2007 gesehen werden. Während im Jahr 2005 der Aspekt Sicherheit bei 61 % der Befragten an erster Stelle gestanden hatten, war dies im Jahr 2007 nur noch bei 22 % der Befragten der Fall.<sup>1</sup> Bei der diesjährigen Umfrage lag der Wert hingegen mit 70 % sogar höher als 2005 (vgl. Abbildung 1).

Abbildung 1: Wichtigster Aspekt für die Anlageentscheidung im Zeitverlauf



Sicherheit hat aktuell eine große Bedeutung für institutionelle Investoren. Der Renditeaspekt wird nachrangig betrachtet.

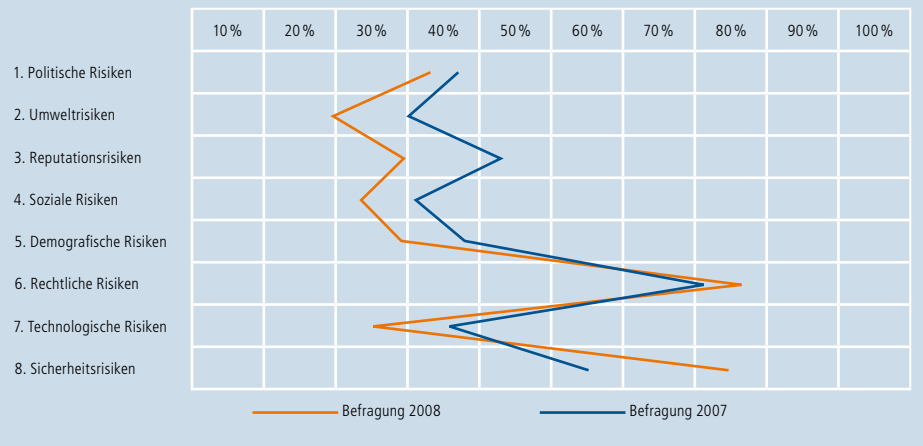
Obgleich der Aspekt der Sicherheit an Bedeutung gewonnen hat, hat die Bedeutung allgemeiner Risiken für Anlageentscheidungen aus Sicht der Investoren gegenüber der Umfrage 2007 – mit Ausnahme von rechtlichen Risiken und Sicherheitsrisiken – abgenommen (vgl. Abbildung 2). Hervorzuheben ist hierbei, dass der Anteil der Investoren, die Reputationsrisiken für wichtig oder sehr wichtig halten, über alle Investoren von 43 % auf 29 % gefallen ist. Unter den Banken und Sparkassen ist der Wert hingegen von 31 % auf 36 % gestiegen. Die Subprime-Krise hat hier offensichtlich eindrücklichere Spuren hinterlassen.

<sup>1</sup> Vgl. Funke/Johanning/Rudolph (2007), S. 7.



Im Bereich der allgemeinen Risiken kommt den rechtlichen Risiken eine herausgehobene Bedeutung zu.

**Abbildung 2: Bedeutung allgemeiner Risiken – Vergleich der Studienergebnisse 2007 und 2008**



Da subjektive und objektive Risikolage jedoch nicht übereinstimmen müssen, ist es für Investoren im Bereich der Marktpreisrisiken unumgänglich, ein institutionalisiertes Risikoüberwachungs- und -deckungssystem einzuführen.

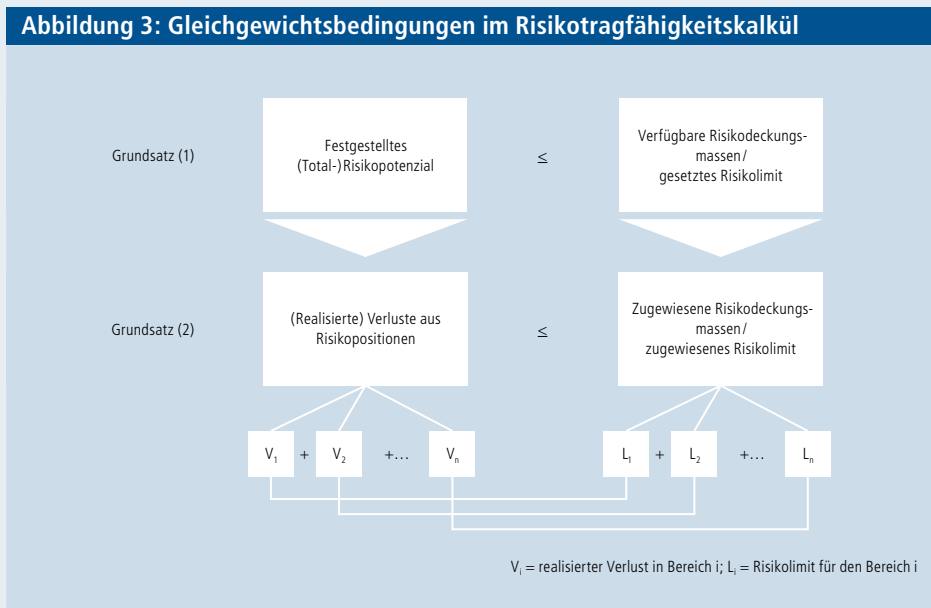
# I. Der Risikotragfähigkeitskalkül

Ermittlung der Risikotragfähigkeit steht am Anfang.

Jeder institutionelle Anleger, unabhängig davon, ob es sich hierbei um eine Bank, eine Versicherung oder sonstige Unternehmen handelt, sollte für potenziell schlagend werdende Risiken Deckungsmassen vorhalten oder Risikolimiten zuweisen. Dies, da nicht grundsätzlich verhindert werden kann, dass übernommene Risiken zumindest teilweise schlagend werden und zu Verlusten führen. Darum muss mithilfe des Risikotragfähigkeitskalküls sichergestellt werden, dass der Anleger sich eventuell auftretende Verluste auch „leisten“ kann. Diesbezüglich können für den Risikotragfähigkeitskalkül zwei zentrale Grundsätze formuliert werden (vgl. Abbildung 3):

- Das bei Anwendung des Vorsichtsprinzips kalkulierte (Total-)Risiko- bzw. Verlustpotenzial darf das in Abhängigkeit von repräsentativen Risikobelastungsszenarien definierte Risikotragfähigkeitspotenzial des Gesamtportfolios oder definierter Teilportfolios grundsätzlich nicht übersteigen.
- Auftretende Verluste durch schlagend gewordene Risiken sind durch die Fixierung eines abgestimmten Systems von Risikolimiten konsequent zu begrenzen.

Während der erste Grundsatz darauf abstellt, zu prüfen, ob die verfügbaren Risikodeckungsmassen respektive das maximal tolerierte Verlustpotenzial des Anlegers für alternative Risikobelastungsszenarien ausreichend wären, knüpft Grundsatz (2) an die Notwendigkeit an, für einzelne Teilportfolios konkrete Grenzen für die Übernahme von Risiken zu setzen, indem man ihnen periodenspezifische Verlustlimite vorgibt, für die dann entsprechende Risikodeckungsmassen respektive Risikolimiten zugewiesen werden. Durch den Risikotragfähigkeitskalkül noch unberücksichtigt ist die Frage, inwieweit sich eingegangene Risiken lohnen. Dies erfolgt im Rahmen des Risiko-Chancen-Kalküls.



Zwei zentrale Grundsätze bestimmen den Risikotragfähigkeitskalkül: die Beachtung des totalen Verlustpotenzials und der Limitüberwachung.

## II. Der Risiko-Chancen-Kalkül

So müssen auf zur Verfügung gestellte Risikodeckungsmassen – respektive die zugewiesenen Risikolimits – ausreichende Erträge erwirtschaftet werden, um gesamthaft die Ziel-Performance erreichen zu können. Hierzu sind Kennzahlen zur risikoadjustierten Performance-Messung (RAPM) zu formulieren, mit deren Hilfe risikoadjustierte Ziel-Ist-Vergleiche durchgeführt werden können.

Der RORAC gilt als zentrale Kennzahl der risikoadjustierten Performance.

### 1. Risikoadjustierte Performance-Kennzahlen

Eine der zentralen Kennzahlen ist hierbei der RORAC („return on risk adjusted capital“). Er ist definiert als das Verhältnis des Nettoergebnisses oder des Überschussergebnisses<sup>2</sup> aus der Risikoposition zum Risikopotenzial. Das Risikopotenzial ist dabei die maximale Verlustmöglichkeit aus der Risikoposition, die mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit (z. B. 99 %) innerhalb einer bestimmten Periode nicht überschritten wird, aber auch nicht überschritten werden darf (Vorgabe von Risikolimits). Bei der Definition der Überschussrendite ist zwischen der erwarteten (Ziel-RORAC) und der erzielten (Ist-RORAC) Größe zu differenzieren.

Neben der Unterscheidung zwischen geplanten Ziel-Größen und realisierten Ist-Größen ergeben sich grundsätzlich zwei Definitionen für den RORAC. Einerseits kann er auf Basis des faktischen Risikopotenzials, welches beispielsweise über den VaR abgeleitet werden kann, ermittelt werden:

$$(1) \text{ RORAC}_{\text{Ist-Risikopotenzialbasis}} = \frac{\text{Überschussergebnis der Risikoposition}}{\text{Risikopotenzial (z. B. VaR)}}$$

Andererseits ist die Ermittlung auf Basis des Risikolimits möglich:

$$(2) \text{ RORAC}_{\text{Limitbasis}} = \frac{\text{Überschussergebnis der Risikoposition}}{\text{Risikolimit}}$$

Letztere Variante ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn die Ziel-Rendite des Gesamtportfolios aus zugewiesenen Risikolimits erzielt werden soll.

Analog zum RORAC haben sich im Investmentbereich als Kennzahlen auch die Sharpe-Ratio sowie der sogenannte Excess Return on Value at Risk etabliert. Während der Excess Return on Value at Risk lediglich hinsichtlich des Risikopotenzials in jedem Fall auf dem VaR beruht, ist im Fall der Sharpe-Ratio der Nenner die Standardabweichung, wobei der relative VaR im Grundmodell als Vielfaches der Standardabweichung ermittelt werden kann:<sup>3</sup>

$$(3) \text{ Sharpe-Ratio} = \frac{\text{Überschussrendite der Risikopositionen}}{\text{Standardabweichung}} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$

$r_p$  = Rendite des Portfolios aus Risikopositionen;  $r_f$  = risikofreier Zinssatz;  $\sigma_p$  = Standardabweichung des Portfolios

Welche Bedeutung der VaR für die Risikolimitierung in der Praxis erreicht hat, wird auch anhand der durchgeführten Studie deutlich. So gaben 67 % der befragten institutionellen Anleger an, dass VaR-Limits für sie eine wichtige oder sehr wichtige Anlagerestriktion darstellten. Von jenen institutionellen Anlegern, die Ex-ante-Prognosen von den Kapitalanlagegesellschaften fordern, wurde von 72 % eine Prognose für den VaR gefordert. Für die Sharpe-Ratio lag der entsprechende Wert 2008 bei 46 %. Im Rahmen der internen Risiko- und Performance-Kennzahlen waren die Sharpe-Ratio für 30 % und der VaR für 55 % der Investoren wichtig oder sehr wichtig. Für einen von beiden Werten gaben 63 % der Teilnehmer diese Antwort.

<sup>2</sup> Im Folgenden wird die Definition über die Überschussergebnisse als Ergebnis, das die risikofreie Verzinsung des angelegten Kapitals übersteigt, Anwendung finden.

<sup>3</sup> Vgl. zur Ermittlung des VaR im Grundmodell auch B. I.

Das Verhältnis des Anlagevolumens zum Risikolimit beeinflusst den Ziel-RORAC

## 2. Die Ableitung von Ziel-Größen im Risiko-Chancen-Kalkül

Hat sich ein institutioneller Anleger dazu entschieden, Risikolimiten vorzugeben und auf einzelne Risikokategorien zu verteilen, muss festgelegt werden, welcher Ziel-RORAC erreicht werden muss, um die Ziel-Rendite zu realisieren. Entscheidend ist hierbei, ob eine feste Ziel-Rendite vorgegeben ist oder die Ziel-Rendite von der Entwicklung einer Benchmark, beispielsweise eines Aktienindex, abhängig ist. Im Fall einer festen Ziel-Rendite kann über das Anlagevolumen direkt das geforderte Nettoergebnis abgeleitet werden, aus welchem sich der Ziel-RORAC bei gegebenem Gesamtrisikolimit bestimmen lässt:

$$(4) \text{ Ziel-RORAC}_{\text{Limitbasis}} = \frac{\text{Ziel-Überschussergebnis der Risikoposition}}{\text{Risikolimit}} = (\text{Ziel-Rendite} - r_f) \times \frac{\text{Anlagevolumen}_{\text{Portfolio}}}{\text{Risikolimit}}$$

Entscheidend für die Höhe des Ziel-RORAC ist somit neben der Ziel-Rendite das Verhältnis des Anlagevolumens zum Risikolimit.

Orientiert sich die Ziel-Rendite an der Entwicklung einer Benchmark, ist in Gleichung (4) lediglich die Ziel-Rendite durch die Rendite der Benchmark zu ersetzen. Da mit der Ableitung der erwarteten Entwicklung der Benchmark für den Fall der Planungsrechnung jedoch nur ein zusätzlicher Unsicherheitsfaktor der Prognose hinzukommt, erscheint es vorteilhaft, für Planungsrechnungen in jedem Fall eine feste Ziel-Rendite vorzugeben.<sup>4</sup>



„Entscheidend ist, ob eine feste Ziel-Rendite vorgegeben oder die Ziel-Rendite von der Entwicklung einer Benchmark abhängig ist.“

<sup>4</sup> Auf die Ex-post-Analyse von DAX-Prognosen sei an dieser Stelle verzichtet.

### 3. Einfluss des Risikomesssystems auf die Zielerreichung

Ungenutzte Risikobudgets erschweren das Erreichen des Ziel-RORAC.

Wird die Planungsrechnung in die Ist-Rechnung überführt, so ist grundsätzlich die Gleichgewichtsbedingung zu überprüfen, wonach der Ist-RORAC den Ziel-RORAC nicht unterschreiten soll:

$$(5) \text{ Ziel-RORAC}_{\text{Limitbasis}} \leq \text{Ist-RORAC}_{\text{Limitbasis}} = \frac{\text{Ist-Überschussergebnis der Risikoposition}}{\text{Risikolimit}}$$

Dabei kann der Ist-RORAC auf Basis des tatsächlichen Risikokapitals respektive des VaR (vgl. Formel 1) mittels Multiplikation des Quotienten von VaR zu Risikolimit in den Ist-RORAC auf Limitbasis überführt werden:

$$(6) \text{ Ist-RORAC}_{\text{Limitbasis}} = \text{Ist-RORAC}_{\text{Ist-Risikopotenzialbasis}} \times \frac{\text{Risikopotenzial (VaR)}}{\text{Risikolimit}}$$

Muss ein Anleger aufgrund unzureichender Risikomesssysteme große Anteile der verfügbaren Risikodeckungsmassen aus Vorsichtsüberlegungen heraus ungenutzt lassen, so nimmt der Quotient aus VaR und Risikolimit ab. Die Erreichung des Ziel-RORAC und somit die Erzielung einer ausreichenden Rendite auf das vorhandene Risikolimit wird folglich deutlich erschwert.

Dieser Zusammenhang ist insbesondere für die Anlagepraxis von hoher Bedeutung. So gaben die Teilnehmer der Befragung im Schnitt an, ihr selbst gesetztes Risikolimit nur zu 57,6 % auszunutzen. Auf das tatsächliche Risikopotenzial müssen sie folglich im Schnitt einen fast doppelt so hohen Ist-RORAC erzielen wie auf das eigentlich gesetzte Risikolimit.

Auf dieser Überlegung aufbauend, werden alternative Ansätze der Risikoquantifizierung im Hinblick auf deren Eignung einander gegenübergestellt und die sich ergebenden Auswirkungen aus einer besseren Limitauslastung abgeschätzt.

## B. Alternative Ansätze der Marktpreisrisikoquantifizierung

VaR gilt als Standardmaßzahl der Risikomessung.

Der VaR kann heute als die Standardmaßzahl zur Risikoquantifizierung gelten. Vor allem im Bereich von Marktpreisrisiken, dem historischen Ausgangspunkt des VaR,<sup>5</sup> aber auch für alternative Risikokategorien wie das Kreditrisiko in Banken<sup>6</sup> hat er sich durchgesetzt. Dies unter anderem aufgrund der Komplexitätsreduzierung des Risikos auf eine einzige, gut zu interpretierende Zahl. Diese quantifiziert den geschätzten maximalen Wertverlust einer Einzelposition oder eines Portfolios, der unter üblichen Marktbedingungen innerhalb eines festgelegten Zeitraums mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit eintreten kann.

Modelle zur Ermittlung des VaR beruhen im Wesentlichen auf drei grundsätzlichen Modellen. Es sind dies die historische Simulation, der Varianz-Kovarianz-Ansatz und die Monte-Carlo-Simulation.<sup>7</sup> Die beiden Letzteren legen Annahmen über die Verteilung der zukünftigen Ergebnisse zugrunde. Sie werden daher auch als parametrische Verfahren bezeichnet. Im einfachsten Fall wird hierbei die Standardnormalverteilung unterstellt. Entsprechend wird im Folgenden in einem ersten Schritt die Quantifizierung auf Basis der Standardnormalverteilung dargestellt und am Beispiel angewandt. Daran anschließend werden Modifikationen zur besseren Abbildung von Ereignissen mit Konfidenzniveaus im Bereich 99 % sowie zur Abbildung von Extremereignissen und somit entsprechend hohen Konfidenzniveaus eingeführt und einem Backtesting unterzogen.



„Modelle zur Ermittlung des VaR beruhen im Wesentlichen auf drei grundsätzlichen Modellen.“

<sup>5</sup> Der VaR wurde Ende der 80er-Jahre im Zuge der Entwicklung derivativer Märkte eingeführt und schließlich 1994 mit der kostenlosen Zurverfügungstellung von RiskMetrics™ durch JPMorgan als Marktbewertungsmodell zum Durchbruch geführt. Vgl. RiskMetrics Group (1999), S. 3; Jorion (2007), S. VII f., 21 f.

<sup>6</sup> Für das Kreditrisiko sind vor allem die Risikomodelle CreditMetrics™, CreditPortfolioView™ und CreditRisk+™ zu nennen, die über unterschiedliche Modellansätze als Endergebnis eine Risikoquantifizierung auf Basis der VaR-Überlegung liefern. Vgl. JPMorgan (1997); Credit Suisse Financial Products (1997); McKinsey (1998); Schierenbeck/Lister/Kirmße (2008), S. 161 ff.

<sup>7</sup> Vgl. beispielsweise Jorion (2007), S. 247 ff.

# I. Parametrische Ansätze zur Bestimmung des VaR

## 1. Das Grundmodell des VaR auf Basis der Standardnormalverteilung

Die Ermittlung des VaR kann in ihrem Grundmodell auf Basis der Standardnormalverteilung auf ein Stufensystem zurückgeführt werden. Dieses wird für die Anwendung im Fall von Marktpreisrisiken im Folgenden kurz dargestellt.<sup>8</sup>

In der **ersten Stufe** sind dabei der Risikoparameter (RP) sowie das Risikovolumen (RV) festzulegen. Als Risikoparameter fungiert die (in der Regel auf stetiger Basis berechnete) Veränderungsrate der Risikokategorie, welche den Wert der Position beeinflusst. Im Fall von Aktienpositionen sind dies in der Regel das Kursrisiko und gegebenenfalls ein zusätzliches Währungsrisiko. Da beispielsweise Aktienkurse keine Normalverteilung aufweisen, weicht man in diesem Fall auf die stetigen Veränderungsrate der Aktienkurse aus. Das Risikovolumen ist der Betrag, der Schwankungen ausgesetzt ist – im Falle von Aktien ist dies der aktuelle Marktwert.

In der **zweiten Stufe** werden Standardabweichung und Erwartungswert des Risikoparameters berechnet, wofür auch die Haltedauer<sup>9</sup> und der Beobachtungszeitraum<sup>10</sup> zu wählen sind. Fallen hierbei der Zeitabstand der historischen Daten (z. B. täglich) und die gewünschte Haltedauer (z. B. zehn Handelstage) auseinander, so kann das sogenannte Wurzelgesetz Anwendung finden. Ziel des Wurzelgesetzes ist es, die Standardabweichungen im Falle unterschiedlicher Haltedauern ineinander überführbar zu machen. Grundlage hierfür ist die Random-Walk-Hypothese, welche im Kern besagt, dass die zeitliche Entwicklung einem Zufallsprozess unterliegt und folglich keine logischen Muster darin zu erkennen sind. Des Weiteren müssen die zu untersuchenden Daten normal verteilt sein und einen Erwartungswert von null aufweisen. Sind diese Grundbedingungen des Random Walk erfüllt, lässt sich zwischen Standardabweichungen unterschiedlicher Haltedauern ein einfacher linearer Zusammenhang herstellen:<sup>11</sup>

$$(7) \sigma(T)^2 = \frac{T}{t} \times \sigma(t)^2$$

T = Haltedauer<sub>1</sub>; t = Haltedauer<sub>2</sub>

Die Varianz (Quadrat der Standardabweichung) der Haltedauer<sub>1</sub> lässt sich somit durch Multiplikation mit dem Quotienten aus Haltedauer<sub>1</sub> und Haltedauer<sub>2</sub> in die Varianz der Haltedauer<sub>2</sub> umrechnen.

Darauf aufbauend wird in der **dritten Stufe** die sogenannte Risikomesszahl (RMZ) ermittelt. Diese ergibt sich durch Multiplikation des Z-Werts mit der in der zweiten Stufe ermittelten Standardabweichung. Der Z-Wert ist dabei mathematisch der Faktor, der angibt, um das Wievielfache der Standardabweichung ein Wert vom Erwartungswert entfernt ist. Aus ihm kann die Aussage getroffen werden, welcher Flächeninhalt unter der Normalverteilung bis zum betrachteten Wert liegt. Liegt der Z-Wert beispielsweise bei -1 und der beobachtete Wert somit eine Standardabweichung unter dem Erwartungswert der historischen Daten, so liegen 66 % des Flächeninhalts der Normalverteilung und damit 66 % aller historischen Werte über dem beobachteten Wert. Folglich liegen 34 % der Werte tiefer, womit man den VaR für ein Sicherheitsniveau (welches auch als Konfidenzniveau bezeichnet wird) von 66 % ermittelt hat. In der praktischen Anwendung wird der Weg nun in umgekehrter Richtung beschriftet und der Z-Wert in Abhängigkeit des Sicherheitsniveaus bestimmt.

Grundmodell ist ein sechsstufiges Modell zur Ermittlung des VaR bei Marktpreisrisiken.

<sup>8</sup> Vgl. hierzu auch Schierenbeck/Lister/KirmBe (2008), S. 76 ff.

<sup>9</sup> Für die Haltedauer von Marktpreisrisiken sind für interne Modelle von Banken nach § 315 Abs. 1 SolvV beispielsweise zehn Tage vorgeschrieben, da es innerhalb dieser Zeitspanne für wahrscheinlich gehalten wird, die Position glattstellen oder veräußern zu können. Die zugrunde zu legende Haltedauer ist somit in entscheidendem Maße von der Marktliquidität abhängig.

<sup>10</sup> Bei der Wahl des Beobachtungszeitraums ergeben sich zwei wesentliche Probleme: Einerseits sinkt der Standardfehler der Schätzung der Standardabweichung mit zunehmender Anzahl von Beobachtungspunkten, andererseits verändert sich die Standardabweichung aber im Zeitablauf. Somit ist ein Kompromiss zwischen beiden Einflüssen zu finden. Vgl. Hull (2006), S. 352. Im Rahmen der SolvV ist für interne Modelle von Banken durch § 315 Abs. 3 ein historischer Betrachtungszeitraum von mindestens einem Jahr zugrunde zu legen.

<sup>11</sup> Vgl. zur Herleitung des Wurzelgesetzes beispielsweise Jorion (2007), S. 111.

Matrix der Korrelationskoeffizienten gibt Auskunft über Zusammenhang unterschiedlicher Risikoparameter.

Das Sicherheitsniveau kann dabei aus aufsichtsrechtlichen Bestimmungen oder aus subjektiven Entscheidungen des Managements resultieren. Unter der Prämisse eines Erwartungswerts von null<sup>12</sup> ergibt sich damit die Risikomesszahl als Produkt aus Z-Wert und Standardabweichung. Dabei besitzt der Z-Wert für den Fall, dass das Risiko in einem steigenden Risikoparameter besteht, ein positives Vorzeichen. Im Fall des Risikos durch einen fallenden Risikoparameter weist der Z-Wert hingegen ein negatives Vorzeichen auf.

In der **vierten Stufe** erfolgt, im Fall des Rückgriffs auf stetige Veränderungsraten, eine Rückführung aus der stetigen in die diskrete Betrachtung, indem aus der Risikomesszahl, welche in der dritten Stufe ermittelt wurde, der Risikofaktor (RF) hergeleitet wird. Erst hierdurch wird es möglich, in der **fünften Stufe** den VaR der Position zu berechnen, da eine direkte Multiplikation mit der stetig definierten Risikomesszahl nicht möglich wäre.

Um die aus unterschiedlichen Risikoparametern resultierenden Risiken zusammenzuführen, kann schließlich in einer **sechsten Stufe** die Verknüpfung des VaR mehrerer Risikoparameter über die Korrelationskoeffizientenmatrix erfolgen. Dazu wird die Wurzel aus dem Matrizenprodukt des Risikovektors, welcher sich aus den einzelnen VaR ergibt, der Korrelationskoeffizientenmatrix der Risikoparameter sowie der Transponente des Risikovektors gezogen.

Der gesamte Ablauf sowie die der Berechnung zugrunde liegenden Formeln werden in Abbildung 4 zusammengefasst.

**Abbildung 4: Standardisierte Risikoquantifizierung im Modell RiskMaster®<sup>13</sup>**

Stufe 1	Definition des Risikoparameters (RP) und des Risikovolumens (RV)
Stufe 2	Berechnung der Standardabweichung des Risikoparameters $\sigma_{RP}$
Stufe 3	Bestimmung einer Risikomesszahl durch Fixierung des Konfidenzniveaus mit der Auswahl des Z-Werts: $RMZ_{RP} = \pm Z \times \sigma_{RP}$
Stufe 4	Ableitung des Risikofaktors (unter der Prämisse eines Erwartungswerts von null): $RF_{RP} = e^{RMZ_{RP}} - 1$
Stufe 5	VaR eines einzelnen Risikoparameters: $VaR = RV_{RP} \times RF_{RP}$
Stufe 6	Verknüpfung der Stufen 1 bis 5 über eine Korrelationskoeffizientenmatrix zum VaR bei mehreren Risikoparametern, gegebenenfalls unter zusätzlicher Addition eines Standardrisikos: $VaR_{gesamt} = \sqrt{\begin{matrix} [\text{Risikovektor}] \\ \times [\text{Korrelationskoeffizientenmatrix}] \\ \times [\text{Transponente des Risikovektors}] \end{matrix}}$

Quelle: Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2008), S. 77.

Die Ermittlung des VaR-Grundmodells auf Basis der Standardnormalverteilung kann über ein Stufenmodell erfolgen.

<sup>12</sup>Die Prämisse des Erwartungswerts von null stellt eine Vereinfachung dar, ist aber beispielsweise für das aus täglichen Veränderungen abgeleitete Aktienkursrisiko nahezu irrelevant. Des Weiteren folgt bei – im Allgemeinen anzunehmenden – steigenden Kursen eine Überschätzung des Risikos, welche die Vereinfachung noch unproblematischer macht. Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2008), S. 79 ff.

<sup>13</sup>Vgl. Schierenbeck/Lister/Kirmße (2008), S. 77.

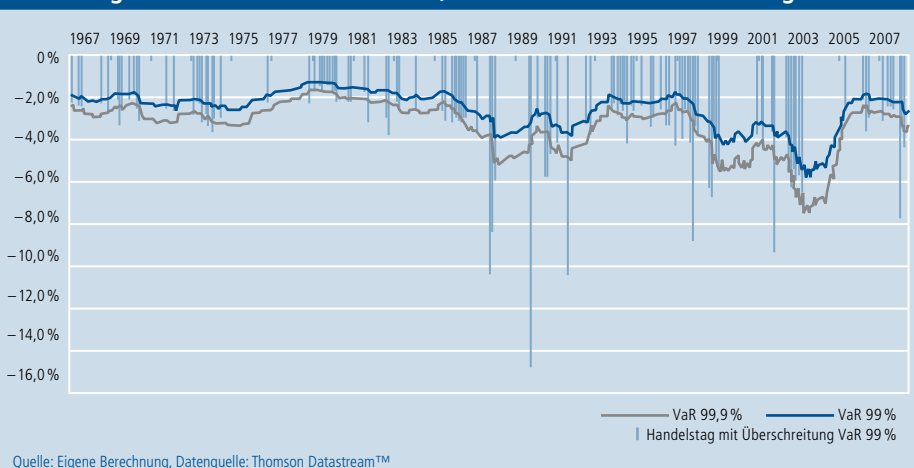


Um die Güte des Grundmodells zu überprüfen, wurde dieses auf die historische DAX-Entwicklung angewandt. Hierzu wurden die bis zum 1. 1. 1965 rückgerechneten DAX-Schlusskurse<sup>14</sup> auf täglicher Basis bis und mit dem 30. 5. 2008 zugrunde gelegt. Die Ermittlung der Standardabweichung erfolgte auf Basis der stetigen Veränderungen des DAX der vergangenen 500 Handelstage, womit eine Datenhistorie von jeweils circa zwei Jahren zugrunde gelegt wurde. Entsprechend wurde ab Januar 1967 der VaR für ein Konfidenzniveau von 99 %, was einem Z-Wert von 2,33 entspricht, und für ein Konfidenzniveau von 99,9 %, was einen Z-Wert von 3,09 ergibt, abgeleitet. Der VaR 99 % dürfte entsprechend im Erwartungsfall an einem von 100 Handelstagen überschritten worden sein; der VaR 99,9 % entsprechend an einem von 1.000 Handelstagen. In der folgenden Abbildung 5 ist der relative VaR für die Konfidenzniveaus von 99 % und 99,9 % abgebildet. Des Weiteren sind die Handelstage dargestellt, an welchen der VaR 99 % überschritten wurde.

Backtesting des VaR wird anhand eines historischen DAX-Portfolios vorgenommen.

Die Einhaltung der Konfidenzniveaus wurde im Backtesting nicht bestätigt. Überschreitungen des VaR treten häufig in zeitlicher Nähe auf.

**Abbildung 5: Relativer VaR 99 % und 99,9 % sowie deren Überschreitungen**



<sup>14</sup>Quelle: Datastream.

Mängel der VaR-Messungen auf Basis der Normalverteilung werden deutlich.

Wie Abbildung 5 zeigt, können zeitliche Häufungen von Überschreitungen des VaR festgestellt werden – so waren beispielsweise 1997 14 Überschreitungen und im zweiten Halbjahr 2002 sogar 16 Überschreitungen festzustellen. Demgegenüber war von Juli 1974 bis Oktober 1978 nur ein einziger Handelstag mit einem Verlust, der über dem ermittelten VaR lag, festzustellen. Stellt man für die gesamte Beobachtungsdauer die Zahl der Überschreitungen (X) der zu erwartenden Anzahl (EW [X]) gegenüber (Abweichung  $\Delta$  als relative Überschreitung der zu erwartenden Anzahl der Überschreitungen), so ergibt sich, dass das Konfidenzniveau empirisch nicht bestätigt wurde. Dies insbesondere nicht in der jüngeren Vergangenheit, wie eine Aufteilung nach Jahrzehnten in Abbildung 6 deutlich macht.

**Abbildung 6: Empirische Überprüfung der Güte der Risikoschätzung mittels Normalverteilungsannahme**

		VaR 99,0 %	VaR 99,9 %
Gesamte Datenbasis	X	173	58
	EW (X)	103,96	10,40
	$\Delta$	66 %	458 %
	q	98,34 %	99,44 %
60er-Jahre	$\Delta$	34 %	301 %
	q	98,66 %	99,60 %
70er-Jahre	$\Delta$	8 %	140 %
	q	98,92 %	99,76 %
80er-Jahre	$\Delta$	60 %	582 %
	q	98,40 %	99,32 %
90er-Jahre	$\Delta$	104 %	659 %
	q	97,96 %	99,24 %
ab 2000	$\Delta$	110 %	508 %
	q	97,89 %	99,39 %

Quelle: Eigene Berechnung, Datenquelle: Thomson Datastream™

Die Zahl der tatsächlichen Überschreitungen des VaR ist seit den 80er-Jahren signifikant höher als erwartet.

So wird sichtbar, dass der VaR 99 % seit Beginn der 90er-Jahre mehr als doppelt so oft überschritten wurde, wie dies zu erwarten gewesen wäre. Entsprechend sank das tatsächliche Konfidenzniveau in diesem Zeitraum auf unter 98 %, während in den 70er-Jahren Erwartungswert und tatsächliche VaR-Überschreitungen nahezu identisch waren. Noch deutlicher werden die Mängel der unterstellten Normalverteilung, wenn das Konfidenzniveau auf 99,9 % erhöht wird. So ist die Zahl der tatsächlichen Überschreitungen in diesem Fall seit den 80er-Jahren mehr als sechsmal so hoch wie erwartet. Dies kann insbesondere auf die mangelnde Wiedergabe der breiten Verteilungsenden durch die Normalverteilung zurückgeführt werden. Dieser Aspekt wird im Rahmen der Modifikationen der VaR-Ermittlung zur besseren Erfassung von Extremereignissen jedoch noch explizit zu betrachten sein.

## 2. Zeitabhängige Veränderung der Gewichtung von Renditeabweichungen für die Ermittlung des VaR

Die Tatsache, dass der VaR mit einem Konfidenzniveau von 99 % auf Basis der unterstellten Normalverteilungsannahme nur unzureichend das tatsächliche Risikopotenzial abbildet, stellt ein Problem dar. So hielten es 71 % der befragten institutionellen Anleger für sehr wichtig oder wichtig, dass ein Risikomaß in der Lage sei, Risiken, die mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 1 % eintreten, abzubilden. Gemäß durchgeführtem Backtesting ist der VaR auf Basis der Normalverteilung im Fall von Aktienkursrisiken nur eingeschränkt einzusetzen. Für einen Investor stellt sich also die Frage, welche Wege beschritten werden können, um die Risikoeermittlung bei einem Konfidenzniveau von 99 % signifikant zu verbessern und zu erreichen, dass das bei der Ermittlung zugrunde gelegte und das empirisch tatsächlich eingetretene Konfidenzniveau möglichst gut übereinstimmen.

Die VaR-Überschreitung tritt besonders gehäuft in Zeiten gesteigener Marktvolatilität auf.

Wie in Abbildung 5 deutlich wurde, ist in Zeiten gehäufte Überschreitungen – wie beispielsweise in den Jahren 1997 und 2002 – ein deutlicher Anstieg der Marktvolatilität und damit des VaR festzustellen. Eine mögliche Interpretation der vermehrten Überschreitungen seit Beginn der 90er-Jahre könnte somit in einer höheren Dynamik des Marktumfelds in Verbindung mit stärkeren und schnelleren Veränderungen der Marktvolatilität liegen, welche durch die gleich gewichtete Berücksichtigung der stetigen Kursveränderungen der vergangenen 500 Handelstage nur unzureichend abgebildet wurde. Der VaR würde somit dem tatsächlichen Anstieg des Marktrisikos nur „hinterhereilen“, diesen jedoch nicht zeitnah genug abbilden. Ein Risikomodell, welches jedoch nicht in der Lage ist, Veränderungen des Marktrisikos zu erfassen, über- oder unterschätzt – abhängig von der jeweiligen Marktentwicklung – das tatsächliche Risiko.

Um das sich permanent verändernde Marktumfeld besser erfassen zu können, kann als möglicher Lösungsansatz eine Dynamisierung der ermittelten Standardabweichung durch eine stärkere Gewichtung näher in der Vergangenheit liegender Abweichungen der Renditen vom Erwartungswert vorgenommen werden.

Während die Standardabweichung für Renditezeitreihen allgemein definiert ist als:

$$(8) \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \times (x_i - \bar{x})^2}$$

$n$  = Anzahl der berücksichtigten (historischen) Ausprägungen;  $\bar{x}$  = Mittelwert der Ausprägung  $X$

kann die Gewichtung der quadrierten Abweichung der Ausprägung vom Mittelwert z. B. linear abnehmend erfasst werden, je weiter die in die Ermittlung der Standardabweichung einfließenden stetigen Renditen zurückliegen. Der abgeleitete VaR reagiert somit schneller auf Veränderungen im Marktumfeld, vernachlässigt historische Ereignisse jedoch auch nicht sofort komplett, wie dies bei einer einfachen Verkürzung des Zeithorizonts, welcher Berücksichtigung findet, der Fall wäre. Für die Steuerung des Portfolios kann somit eine bessere Verstetigung des VaR erreicht werden.

Im Folgenden wird der linear abnehmende Faktor als Quotient der inversen Tagzahl, welche eine Beobachtung in der Vergangenheit liegt, mit der Summe aller erfassten inversen Tagzahlen ermittelt.<sup>15</sup> Würden die letzten drei Handelstage berücksichtigt, so würde die quadratische Abweichung vom Erwartungswert vor einem Tag mit  $\frac{3}{6}$  gewichtet, jene vor zwei Handelstagen mit  $\frac{2}{6}$  und jene vor drei Tagen mit  $\frac{1}{6}$ . Die entsprechend modifizierte Standardabweichung ( $\sigma_{\text{mod}}$ ) ergibt sich somit über:

$$(9) \sigma_{\text{mod}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{n+1-i}{(n+1)+n} \times (x_i - \bar{x})^2}$$

<sup>15</sup>Es wird an dieser Stelle aus Gründen der Verständlichkeit bewusst ein einfaches Verfahren konstruiert. Alternativ sei zur Erfassung von autoregressiven Volatilitätsveränderungen auf GARCH-Modelle verwiesen. Hierbei hängt die Volatilität nicht nur von der historischen Kursentwicklung, sondern auch von der Entwicklung der Volatilität selbst ab. Siehe hierzu Bollerslev (1986).

VaR-Messung aufgrund einer dynamisierten Standardabweichung bringt Verbesserung.

Um die modifizierte Standardabweichung auf deren Einfluss für die Güte der VaR-Schätzung zu prüfen, wurde – analog zum vorgestellten Grundmodell – auf die historischen DAX-Werte seit dem 1.1.1965 zurückgegriffen. Zur Ermittlung der modifizierten Standardabweichung wurde dabei wiederum mit einer Historie von 500 Handelstagen gerechnet. Zur VaR-Quantifizierung fanden die Stufen 3 bis 5 des standardisierten Modells gemäß Abbildung 4 Anwendung.<sup>16</sup> Die sich ergebenden Abweichungen der tatsächlichen Überschreitungen gegenüber den erwarteten sowie das sich tatsächlich ergebende Konfidenzniveau sind in Abbildung 7 den Ergebnissen der einfachen – gleichgewichteten – Standardabweichung des Grundmodells gegenübergestellt.

**Abbildung 7: Güte der Risikoschätzung mittels dynamisierter Betrachtung gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung**

		VaR 99,0 %		VaR 99,9 %	
		Unkorrigierte Standardabweichung	Dynamisierte Standardabweichung	Unkorrigierte Standardabweichung	Dynamisierte Standardabweichung
Gesamte Datenbasis	X	173	160	58	53
	EW (X)	103,96	103,96	10,40	10,40
	$\Delta$	66 %	54 %	458 %	410 %
	q	98,34 %	98,46 %	99,44 %	99,49 %
60er-Jahre	$\Delta$	34 %	47 %	301 %	301 %
	q	98,66 %	98,53 %	99,60 %	99,60 %
70er-Jahre	$\Delta$	8 %	0 %	140 %	140 %
	q	98,92 %	99,00 %	99,76 %	99,76 %
80er-Jahre	$\Delta$	60 %	48 %	582 %	541 %
	q	98,40 %	98,51 %	99,32 %	99,36 %
90er-Jahre	$\Delta$	104 %	88 %	659 %	659 %
	q	97,96 %	98,12 %	99,24 %	99,24 %
ab 2000	$\Delta$	110 %	87 %	508 %	321 %
	q	97,89 %	98,13 %	99,39 %	99,58 %

Quelle: Eigene Berechnung, Datenquelle: Thomson Datastream™

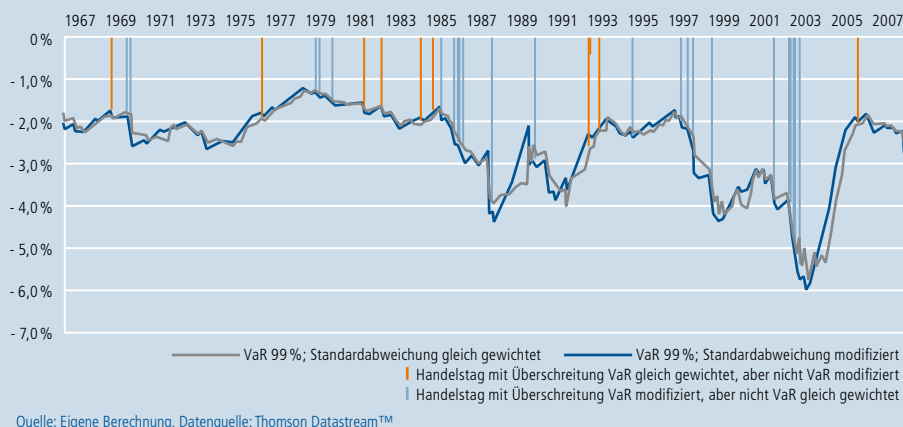
Die Anwendung einer dynamisierten Standardabweichung führt fast durchgängig zu einer verbesserten Risikoschätzung für den VaR 99 %.

Wie deutlich wird, weist die dynamisierte Standardabweichung mit Ausnahme der 60er-Jahre eine durchgängig bessere Risikoschätzung für den VaR 99 % auf, da die Anzahl der tatsächlich eingetretenen Überschreitungen des VaR weniger stark von der erwarteten Anzahl abweicht und das tatsächliche Konfidenzniveau näher am zugrunde gelegten liegt. Für den VaR 99,9 % ist ebenfalls eine Verbesserung der Risikoschätzung festzustellen, dies jedoch vor allem ab dem Jahr 2000. Hierbei sank die Zahl der Überschreitungen von 508 % auf „nur“ noch 321 % über dem Erwartungswert.

<sup>16</sup> Dies obgleich es sich bei der modifizierten Volatilität um kein symmetrisches Risikomaß mehr handelt.

Die dynamisierte VaR-Messung führt – gerade in der jüngeren Vergangenheit – zu einer Reduzierung der Häufung von Überschreitungen.

**Abbildung 8: Vergleich des VaR 99 % mittels dynamisierter Betrachtung gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung**



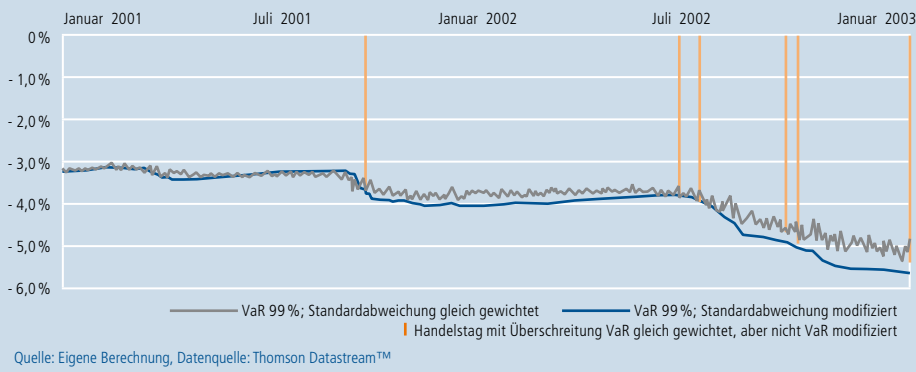
In Abbildung 8 ist der sich ergebende historische Verlauf des modifizierten relativen Portfolio-VaR (Konfidenzniveau 99 %, Haltedauer ein Tag) dem relativen VaR anhand der nicht modifizierten, gleich gewichteten Standardabweichung (entsprechend Abbildung 5) gegenübergestellt.

Während an zehn Handelstagen eine Überschreitung des VaR 99 % auf Basis der modifizierten Ermittlung erfolgt, an welchen beim Standardansatz keine Überschreitung gegeben war, sind 23 Handelstage zu verzeichnen, an welchen mit der modifizierten Betrachtung keine Überschreitung erfolgt, die beim Standardansatz jedoch vorlag. Die entsprechende Anpassung der Ermittlung der zugrunde gelegten Standardabweichung führt somit zur bereits in Abbildung 6 deutlich gewordenen Verbesserung der Risikoschätzung. Betrachtet man die jüngere Vergangenheit, so ist besonders positiv, dass die in Abbildung 4 sichtbare Häufung der Überschreitungen im Jahr 2002 reduziert werden konnte.

Prüft man das Zeitfenster vom 1. 1. 2001 bis zum 1. 1. 2003 nochmals detaillierter (vgl. Abbildung 9), so werden in diesem Zusammenhang zwei weitere Ereignisse sichtbar, die in der Gesamtdarstellung weitgehend verborgen blieben:

- Einerseits wird der Anstieg der Volatilität schneller erfasst, was zum entsprechenden Rückgang der Überschreitungen führt.
- Andererseits ist jedoch auch eine Glättung des VaR sichtbar. Geht man nun zurück zu den Überlegungen des Risikotragfähigkeitskalküls, so ergibt sich hieraus die Möglichkeit einer besseren Auslastung des Risikolimits. Während im Fall des stärker schwankenden VaR des Grundmodells wesentlich häufiger Anpassungen im Anlagevolumen notwendig würden, um Risikopotenzial und Risikolimit einander anzugleichen, verringerte sich dies beim Einsatz der modifizierten Standardabweichung zu Portfoliosteuerungszwecken deutlich.

**Abbildung 9: Vergleich des VaR 99 % mittels dynamisierter Betrachtung gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung vom 1. 1. 2001 bis zum 1. 1. 2003**



Die detaillierte Prüfung zeigt eine Glättung des VaR, die zu einem geringeren Anpassungsbedarf im Portfolio führt.

Es kann also bereits mit leichten Modifikationen im Grundmodell eine deutliche Verbesserung der Backtesting-Ergebnisse erreicht werden. Ein entscheidender Aspekt, den der Investor jedoch berücksichtigen muss, ist:

Unabhängig davon, wie sophisticated die durchgeführten Veränderungen am tatsächlich Anwendung findenden Modell sind, gilt es, dieses in jedem Fall permanent retrospektiv zu überwachen und die ausgewiesene Risikomesszahl jederzeit kritisch zu hinterfragen.



„Mit leichten Modifikationen im Grundmodell kann eine deutliche Verbesserung der Backtesting-Ergebnisse erreicht werden.“

### 3. Berücksichtigung des VDAX für die Risikoermittlung

Während durch die Modifikation der Ermittlung der Standardabweichung bereits das Ziel verfolgt wurde, Volatilitätsänderungen möglichst zeitnah abzubilden, wird im Folgenden noch einen Schritt weitergegangen. Da der VaR eine zukunftsbezogene Maßzahl ist, stellt am bislang vorgestellten Verfahren die Vergangenheitsbezogenheit seiner Ermittlung ein Problem dar. Anstelle der Ableitung der Standardabweichung aus Vergangenheitsdaten kann die implizite Volatilität der Optionsbewertung gemäß Black/Scholes<sup>17</sup> Anwendung für die Risikoquantifizierung finden. In einem perfekten Markt müsste die in Optionsgeschäften eines Underlyings eingepreiste Volatilität der Volatilität des Underlyings entsprechen.

Dabei besteht für das DAX-Portfolio als Underlying die Möglichkeit, auf den VDAX-New® (im Folgenden als VDAX bezeichnet) zurückzugreifen. Dieser ermittelt die in den an der EUREX gehandelten DAX-Optionen eingepreiste Volatilität.<sup>18</sup> Die Risikoquantifizierung kann somit auf der von den Marktteilnehmern erwarteten Schwankungsbreite erfolgen und muss nicht auf historischen Werten aufbauen.

Für das bislang verwandte Beispiel muss zeitlich jedoch eine Einschränkung erfolgen, da der VDAX nur bis zum 2. 1. 1992 rückgerechnet ist. Entsprechend ist in der folgenden Abbildung 10, welche die Güte der VaR-Ermittlung auf Basis der nicht modifizierten Standardabweichung der VaR-Ermittlung auf Basis des VDAX gegenüberstellt, der Beobachtungszeitraum auf den 2. 1. 1992 bis zum 30. 5. 2008 beschränkt.

Implizite Volatilität von Optionsbewertungen kann als Instrument der Risikomessung dienen.

**Abbildung 10: Güte der Risikoschätzung mittels VDAX gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung**

Unter Berücksichtigung der impliziten Volatilität werden verbesserte Schätzergebnisse sichtbar.

		VaR 99,0 %		VaR 99,9 %	
		Unkorrigierte Standardabweichung	Dynamisierte Standardabweichung	Unkorrigierte Standardabweichung	Dynamisierte Standardabweichung
Gesamte Datenbasis (ab 2. 1. 92)	X	88	28	28	11
	EW (X)	41,46	41,46	4,15	4,15
	$\Delta$	112 %	-33 %	575 %	165 %
	q	97,88 %	99,32 %	99,32 %	99,73 %
90er-Jahre (ab 2. 1. 92)	$\Delta$	114 %	-25 %	647 %	298 %
	q	97,86 %	99,25 %	99,25 %	99,60 %
ab 2000	$\Delta$	110 %	-40 %	508 %	40 %
	q	97,89 %	99,40 %	99,39 %	99,86 %

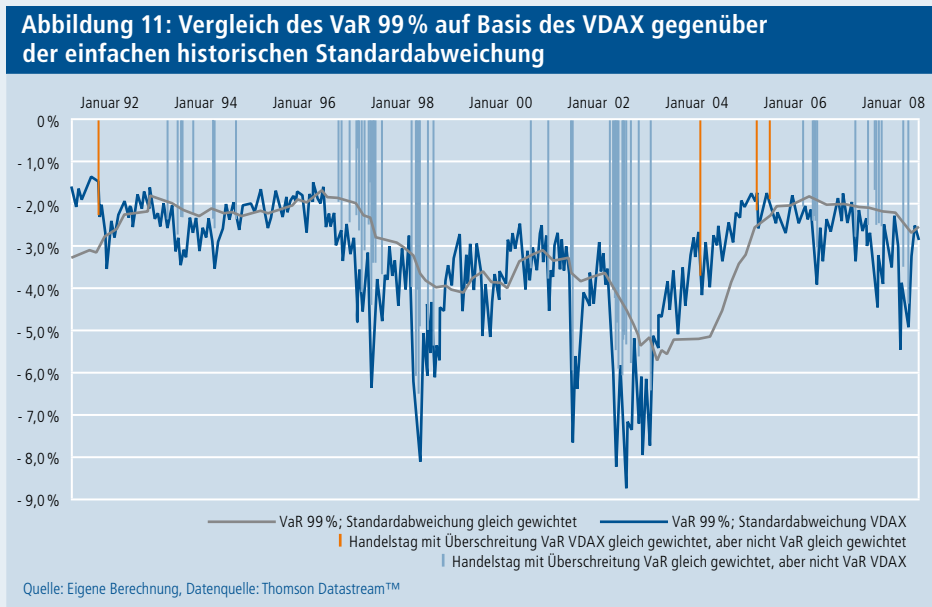
Quelle: Eigene Berechnung, Datenquelle: Thomson Datastream™

<sup>17</sup>Vgl. Black/Scholes (1973).

<sup>18</sup>Zur expliziten Berechnungsmethodik vgl. Deutsche Börse (2006) und Deutsche Börse (2007).

Wie deutlich wird, überschätzt der VaR auf Basis des VDAX für das 99 %-Konfidenzniveau die Zahl der Überschreitungen sogar (sichtbar aufgrund der negativen relativen Abweichung zwischen der Anzahl der Überschreitungen und deren Erwartungswert sowie dem Konfidenzniveau von mehr als 99 %). Ebenso ist der VaR auf Basis des VDAX für das 99,9 %-Konfidenzniveau – insbesondere ab dem Jahr 2000 – in der Lage, eine gute Schätzung der Risikohöhe zu bilden.

Betrachtet man abermals die Handelstage mit Überschreitungen, die gegenüber dem Standardmodell erfasst wurden, so belaufen sich diese auf 64, während nur vier Überschreitungen über dem VaR auf Basis des VDAX lagen, welche durch das Standardmodell abgedeckt waren. Gleichzeitig stieg jedoch der durchschnittliche VaR von 3,03 % für das Standardmodell auf 3,23 % für die Quantifizierung auf Basis des VDAX. Ebenfalls nahm die Volatilität des ausgewiesenen Risikopotenzials (vgl. Abbildung 11) deutlich zu. Dies ist vor dem Hintergrund notwendig werdender Portfolioanpassungen eher kritisch zu sehen.



VaR auf Basis VDAX wird seltener überschritten ist aber wesentlich volatiler.



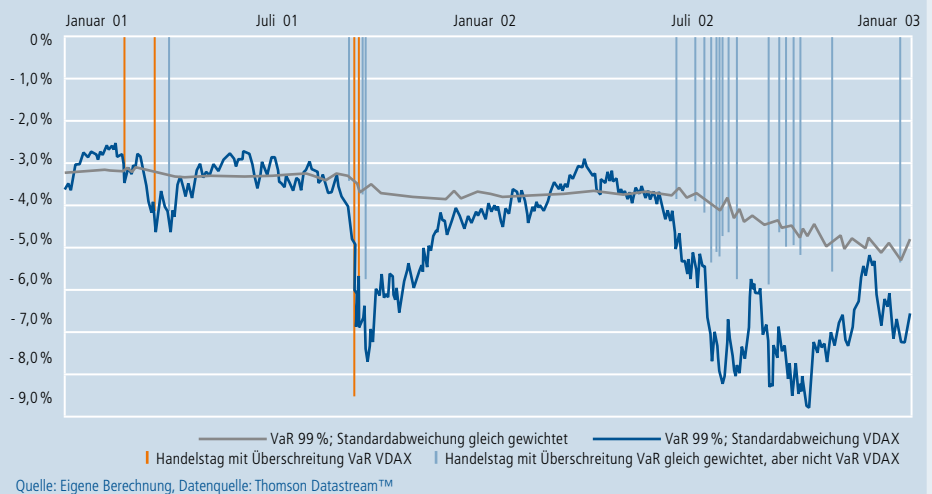
Prüft man das Zeitfenster vom 1. 1. 2001 bis zum 1. 1. 2003 wiederum genauer (vgl. Abbildung 12), so fällt auf, dass in diesem Zeitraum nur vier Überschreitungen des VaR auf Basis des VDAX eingetreten sind, während es auf Basis der einfachen Standardabweichung 24 waren. Gleichzeitig lag nur eine der vier Überschreitungen markant über dem ausgewiesenen Risikopotenzial. Hierbei handelt es sich um den 11. 9. 2001, an welchem – ausgelöst durch die Anschläge auf das World Trade Center – ein Kursrückgang von 8,5 % zu verzeichnen gewesen war. Gleichzeitig handelt es sich hierbei um einen von lediglich vier Tagen (bei gesamthaft 4.146 Beobachtungen vom 1. 1. 1992 bis zum 30. 5. 2008), an welchem der über den VDAX quantifizierte VaR 99 % um mehr als 50 % überschritten wurde. Für den VaR auf Basis der gleich gewichteten Standardabweichung waren es hingegen 19 Tage, an denen der VaR 99 % um mehr als 50 % überschritten wurde.

VaR-Berechnung mittels impliziter Volatilität führt zu guten Ergebnissen.

Die Ermittlung des VaR auf Basis impliziter Volatilitäten stellt somit einen vielversprechenden Ansatz für die Risikomessung dar. Problematisch ist hierbei jedoch die Beschränkung auf Titel, denen Optionsgeschäfte zugeordnet sind, aus welchen sich die implizite Volatilität sinnvoll ableiten lässt. Dies setzt unter anderem für die Optionen ein ausreichendes Handelsvolumen voraus, damit die Maßgabe eines vollkommenen Marktes als hinreichend erfüllt gelten kann.

Lediglich eine von vier Überschreitungen des VaR auf Basis des VDAX lag markant über dem ausgewiesenen Risikopotenzial.

**Abbildung 12: Vergleich des VaR 99 % auf Basis des VDAX gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung vom 1. 1. 2001 bis zum 1. 1. 2003**



VaR-Ermittlung kann durch Einbeziehung der Extremwerttheorie optimiert werden.

#### 4. Modifikationen der VaR-Ermittlung zur besseren Erfassung von Extremereignissen

Wie anhand der VaR-Messung auf Basis des VDAX deutlich wurde, ist dieser nicht nur für die Quantifizierung von Marktrisiken, die mit einer geringen Wahrscheinlichkeit eintreten, sondern eingeschränkt auch für die Messung von Extremrisiken, die mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit – im vorherigen Beispiel an einem von 1.000 Handelstagen – eintreten, geeignet. Der Anteil der institutionellen Investoren, die an der Befragung teilgenommen haben und es für wichtig oder sehr wichtig hielten, dass ein Risikomesssystem imstande sei, Extremrisiken abzubilden, ist mit knapp über 49 % zwar geringer als für die allgemeinen Marktrisiken mit 71 %, aber dennoch auf einem Niveau, das die Wichtigkeit einer genaueren Betrachtung unterstreicht.

Einen möglichen Ansatz, der explizit zur Bestimmung von Risikogrößen in bislang noch nicht beobachteter Höhe entwickelt wurde, stellt die Extremwerttheorie dar. Darüber hinaus stellt sie keine einschränkende Annahmen über die Verteilungsfunktion der stetigen Kursveränderungen, womit die bisher erfolgten Einschränkungen entfallen.

Im Folgenden werden die Grundlagen der Extremwerttheorie im Allgemeinen sowie der Peaks-over-Threshold-(POT-) Methode im Speziellen kurz vorgestellt.<sup>19</sup> Darauf aufbauend wird die POT-Methode auf das DAX-Portfolio am 11.9.2001 als exemplarischer Extrembelastungstag der jüngeren Vergangenheit retrospektiv angewandt.

Grundannahme der Extremwerttheorie ist, dass bei Kenntnis der Randverteilung die Analyse über die Datenbasis hinaus erweitert werden kann, um so Extremereignisse zu betrachten, die in diesem Ausmaß noch nicht – oder zumindest nicht innerhalb der verfügbaren Datenbasis – vorgekommen sind. Für die Randverteilung werden in der Extremwerttheorie nur die größten Werte oder die Exzesse einer vorgegebenen Schwelle betrachtet.<sup>20</sup> Um festzulegen, welche Werte als Basis für die Funktionsbestimmung der Randverteilung herangezogen werden sollen, sind im Wesentlichen zwei Gruppen von Modellen auszumachen.

Die ältere der beiden Gruppen bilden die Block-Maxima-Modelle. Ihre Grundidee liegt darin, die verfügbaren Ausgangsdaten in zeitlich gleiche Blöcke aufzuteilen, um aus den Maximalwerten der jeweiligen Blöcke die Parameter einer generalisierten Extremwertverteilung zu schätzen. Probleme ergeben sich dabei vor allem hinsichtlich der Festlegung der Blocklängen. Die Block-Maxima-Modelle sollen daher nicht näher betrachtet werden. Die zweite Gruppe von Modellen – auf Basis der POT-Methode – beruht auf der Berücksichtigung aller Werte, die innerhalb des gesamten Beobachtungszeitraums eine vorgegebene Schwelle ( $u$ ) überschreiten. Alle Werte, die diese Schwelle überschreiten, werden als Exzesse und das Ausmaß der jeweiligen Überschreitung als Exzess bezeichnet.

Der Erwartungswert der Exzesse kann mittels der Generalisierten Pareto-Verteilung berechnet werden und ergibt sich über das Integral der Grenzfunktion:<sup>21</sup>

$$(10) \text{EW}_{\text{Exzesse}}(u) = \text{EW}(x-u|x>u) = \frac{\beta + \xi \times u}{1 - \xi} \text{ mit } \beta + \xi \times u > 0$$

$\beta$  = Skalenparameter<sup>22</sup>;  $\xi$  = Gestaltparameter

<sup>19</sup>Für eine ausführliche Darstellung vgl. beispielsweise Embrechts/Klüppelberg/Mikosch (1999).

<sup>20</sup>Vgl. Borkovec/Klüppelberg (2000), S. 222. Als Exzedent wird dabei ein Wert bezeichnet, der eine vorgegebene Schwelle überschreitet.

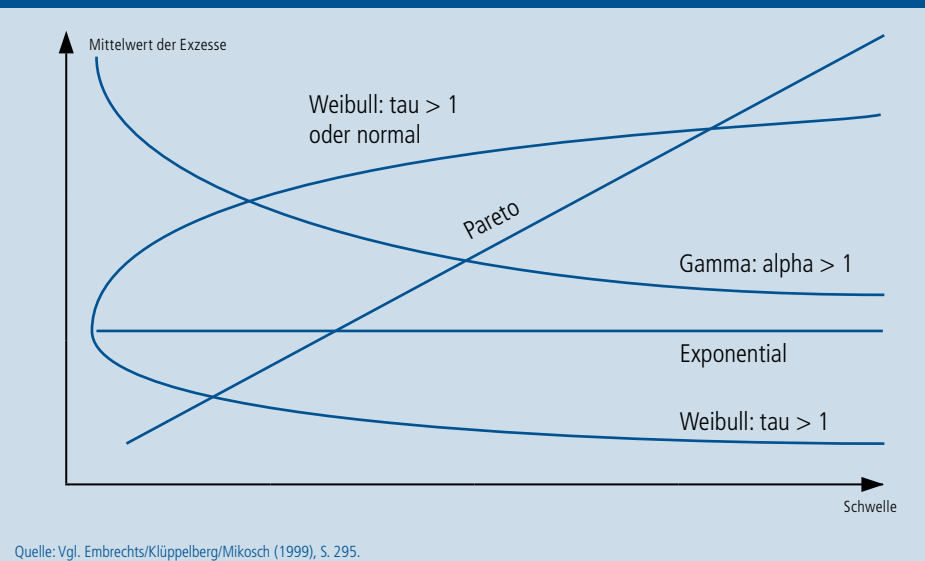
<sup>21</sup>Vgl. hierzu Embrechts/Klüppelberg/Mikosch (1999), S. 162, sowie den zugehörigen Beweis S. 165 f.

<sup>22</sup>Der Skalenparameter entspricht in Übertragung auf das Modell der Normalverteilung der Standardabweichung.

Vom Verlauf der Funktion der Erwartungswerte der Exzesse in Abhängigkeit der Schwelle – der sogenannten Exzessmittelwertfunktion (EMF) – kann auf die Verteilungsfunktion, die der Randverteilung zugrunde liegt, geschlossen werden. Die Funktionsverläufe der EMF einiger Standardfunktionen sind hierzu in Abbildung 13 dargestellt.

Der Funktionsverlauf der Exzessmittelwertfunktion unterscheidet sich für alternative Verteilungen.

**Abbildung 13: Funktionsverläufe der Exzessmittelwertfunktion von Standardfunktionen**



Ein Problem der POT-Methode besteht wiederum genau in der Bestimmung der richtigen Schwelle. Hierbei existiert ein Trade-off. Einerseits muss eine ausreichende Anzahl an Beobachtungen jenseits der Schwelle vorliegen, um  $\beta$  und  $\xi$  zu schätzen. Andererseits darf die Schwelle aber auch nicht zu tief angesetzt werden, um keinen systematischen Fehler zu begehen, der die Grundannahmen der Generalisierten Pareto-Verteilung verletzt respektive zu keinem klaren Funktionsverlauf der Exzessmittelwertfunktion führt.<sup>24</sup> Daraus ergibt sich, dass häufig mehrere Schwellen gewählt und die resultierenden Risikogrößen gegeneinander abgewogen werden.<sup>25</sup>

<sup>23</sup>Vgl. Embrechts/Klüppelberg/Mikosch (1999), S. 295.

<sup>24</sup>In der Extremwerttheorie wird auch vom Bias-Varianz-Trade-off gesprochen. Vgl. Embrechts/Klüppelberg/Mikosch (1999), S. 341 ff.

<sup>25</sup>Vgl. beispielsweise das Vorgehen von McNeil (1997); Kőllezi/Gilli (2000).

Für die Ermittlung der Parameter der Extremwerttheorie stehen alternative Verfahren zur Verfügung.

Für die Bestimmung des Gestalt- und des Skalenparameters besteht im Rahmen der Generalisierten Pareto-Verteilung nicht nur ein Vorgehen, sondern es können im Wesentlichen zwei verschiedene Ansätze unterschieden werden. Zum einen besteht die Möglichkeit der semiparametrischen Ermittlung und zum anderen die der parametrischen Ermittlung. Dabei werden die parametrischen Ansätze von einigen Autoren als gleichwertig zu den semiparametrischen Ansätzen gewertet.<sup>26</sup> Andere jedoch sehen klare Vorteile der parametrischen gegenüber den semiparametrischen Ansätzen – im Speziellen gegenüber dem Hill-Schätzer.<sup>27</sup> Aus diesem Grund wird in den weiteren Betrachtungen der Fokus auf den parametrischen Schätzern liegen.<sup>28</sup> Die bekanntesten parametrischen Schätzer sind hierbei die von Fisher (1890–1962) entwickelte Maximum-Likelihood-(ML-)Schätzung sowie die auf Gauß (1777–1855) zurückgehende Schätzung mittels der Methode der wahrscheinlichkeitsgewichteten Momente,<sup>29</sup> welche von Hosking, Wallis und Wood<sup>30</sup> maßgebend für die Extremwerttheorie geprägt wurde. Hierbei wird die ML-Schätzung herausgegriffen. Die Methode wahrscheinlichkeitsgewichteter Momente liefert zwar in empirischen Untersuchungen bessere Ergebnisse, dies aber in der Regel nur für kleine Stichproben unter 100 Werten und für Gestaltparameter im Bereich von 0 bis 0,4.<sup>31</sup> Darüber hinaus besitzt die ML-Methode auch den Vorteil, einfach an Trends und andere Effekte angepasst werden zu können.<sup>32</sup> Dennoch können in der Praxis beide Methoden parallel angewandt werden, da aus den Schätzdifferenzen der Parameter, gerade für die Schätzung hoher Risikoquantile, deutliche Abweichungen hinsichtlich der Risikohöhe resultieren und in vielen EDV-Programmen beide Methoden zur Parameterschätzung integriert sind.

Ziel der ML-Schätzung ist es,  $\beta$  und  $\xi$  so zu bestimmen, dass die Likelihood-Funktion maximiert wird. Aus rechen-technischen Gründen wird dazu jedoch meist auf die logarithmierte Likelihood-Funktion zurückgegriffen, welche eine streng monotone Transformation darstellt und folglich die gleichen Extrema aufweist. Dabei kann gezeigt werden, dass die Log-Likelihood-Funktion der Generalisierten Pareto-Verteilung der logarithmierten Dichtefunktion der Exzesse entspricht:<sup>33</sup>

$$(11) \quad L(\xi, \beta | x > u) = \begin{cases} -(n - n_u) \cdot \ln \beta + \left(\frac{1}{\xi} - 1\right) \cdot \sum_{i=n-n_u}^n \ln \left(1 - \frac{\sqrt{\xi}}{\beta} x_i\right) & \text{falls } \xi \neq 0 \\ -(n - n_u) \cdot \ln \hat{\alpha} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=n-n_u}^n x_i & \text{falls } \xi = 0 \end{cases}$$

$n$  = Anzahl der Beobachtungen;  $n_u$  = Anzahl der Exzesse

<sup>26</sup>Vgl. beispielsweise McNeil (1999), S. 95 ff.

<sup>27</sup>Vgl. beispielsweise Franke/Härdle/Hafner (2003), S. 335.

<sup>28</sup>So werden die Berechnungen für das Beispiel auf Basis der auf MATLAB® laufenden Prozedur EVIM von Gençay, Selçuk und Ulugülyağci mittels der GPV berechnet. Vgl. Gençay/Selçuk/Ulugülyağci (2001).

<sup>29</sup>Vgl. Bley Müller/Gehlert/Gülcher (2004), S. 98.

<sup>30</sup>Vgl. Hosking/Wallis/Wood (1985).

<sup>31</sup>Vgl. Hosking/Wallis/Wood (1985), S. 259; Hosking/Wallis (1987). Die Güte der Schätzung wurde hierbei über den Root Mean Square Error (RMSE) bestimmt. Der RMSE ist die Quadratwurzel des mittleren quadratischen Fehlers, wobei anzumerken ist, dass es auf dieser Basis keinen besten Schätzer schlechthin geben kann. Vgl. Toutenburg (2005), S. 111.

<sup>32</sup>Vgl. Smith (1990), S. 453.

<sup>33</sup>Vgl. Küllezi/Gilli (2000), S. 15.

Die ML-Schätzer ergeben sich, wie dargelegt, durch Maximierung der Log-Likelihood-Funktion. Da die Differenziale der Log-Likelihood-Funktion jedoch keine explizite Lösung aufweisen, scheidet eine direkte Berechnung aus. Man ist folglich auf eine numerische Lösung – beispielsweise mithilfe der Funktion „gpd“ auf Basis der auf MATLAB® laufenden Prozedur EVIM von Gençay, Selçuk und Ulugülyağci – angewiesen.<sup>34</sup>

Der VaR kann aus der Verteilungsfunktion direkt abgeleitet werden.

Dabei liefert die ML-Schätzung gute Ergebnisse für alle  $\xi > -0,5$ , sofern die zugrunde liegenden Daten unabhängig und gleich verteilt sind. Zu untersuchen bleibt somit im Allgemeinen die Unabhängigkeit der Datenbasis.

Zur Bestimmung der Risikohöhe – im vorliegenden Fall also des VaR – gilt es, abschließend die Verteilungsfunktion der Schwelle in die Generalisierte Pareto-Verteilung einzusetzen und die resultierende Verteilungsfunktion dem gewünschten Konfidenzniveau ( $q$ ) gleichzusetzen. Löst man die sich ergebende Gleichung mittels Inversion nach der Risikohöhe  $x_q$  auf, so ergibt sich:<sup>35</sup>

$$(12) \quad x_q = u + \frac{\hat{\beta}}{\xi} \left( \left( \frac{n}{n_u} (1-q) \right)^{-\xi} - 1 \right) = |\text{VaR}_q|$$

Unter der Annahme, die Zufallszahl  $x$  bestünde aus den stetigen Kursrenditen, entspricht hierbei die Ausprägung  $x_q$  dem Betrag des  $\text{VaR}_q$ .<sup>36</sup>

Im Folgenden sind die für alternative Schwellen mit einer Datenhistorie von 9.177 Handelstagen (was der gesamten Datenhistorie entspricht) sowie 1.000 Handelstagen<sup>37</sup> geschätzten Gestalt- und Skalenparameter für den 11.9.2001 dargestellt und der für ein Konfidenzniveau von 99 % sowie 99,9 % resultierende VaR ermittelt.<sup>38</sup> Für die jeweilige Anzahl der Berücksichtigung findenden Handelstage wurde über alle vier Schwellen des Weiteren der Durchschnitt gebildet, um einen besseren Schätzer zu erhalten. Wie deutlich wird, schwankt der ermittelte VaR im vorliegenden Beispiel zwar abhängig von der gewählten Schwelle, dies jedoch – vor allem im Fall der 9.177 Beobachtungen – nur in geringem Maß.

<sup>34</sup>Vgl. Embrechts/Klüppelberg/Mikosch (1999), S. 318; Gençay/Selçuk/Ulugülyağci (2001), S. 231 f.

<sup>35</sup>Vgl. Borkovec/Klüppelberg (2000), S. 228.

<sup>36</sup>Die Definition als Betrag ergibt sich daraus, dass der VaR bislang als negativ definierte Maßzahl interpretiert wurde.

<sup>37</sup>Da auf Basis einer Historie von 500 Handelstagen für einzelne Schwellen nicht genügend Exzesse vorlagen, um stabile Schätzer für Gestalt- und Skalenparameter zu ermitteln, wurde eine Historie von 1.000 Handelstagen gewählt.

<sup>38</sup>Auf die Prüfung auf Unabhängigkeit wurde an dieser Stelle verzichtet. Die Ergebnisse der Extremwerttheorie sind jedoch nur eingeschränkt anwendbar, da Aktienkurszeitreihen auf täglicher Basis in der Regel autokorreliert sind.

Die Extremwerttheorie liefert für hohe Konfidenzniveaus gute Ergebnisse und spiegelt die Zunahme des Risikos in jüngerer Vergangenheit wider.

**Abbildung 14: Gegenüberstellung des VaR auf Basis der POT-Methode und des VaR auf Basis des VDAX**

Handelstage (n)	9.177				1.000			
Zahl der Überschreitungen der Schwelle (definiert als negativere Ausprägungen) ( $n_u$ )	43	57	76	103	18	27	35	41
Schwelle ( $u$ )	-3,5 %	-3,25 %	-3,0 %	-2,75 %	-3,5 %	-3,25 %	-3,0 %	-2,75 %
$\hat{\beta}$	0,0117	0,0090	0,0080	0,0074	0,0146	0,0078	0,0087	0,0105
$\hat{\xi}$	0,3608	0,4615	0,4569	0,4216	-0,0925	0,3155	0,1894	0,0711
VaR <sub>99 %, POT</sub>	-2,7 %	-2,9 %	-2,9 %	-2,8 %	-4,3 %	-4,2 %	-4,2 %	-4,3 %
VaR <sub>99 %, POT, Ø aller u</sub>	-2,8 %				-4,3 %			
VaR <sub>99 %, VDAX</sub>	-4,9 %							
VaR <sub>99 %, Normalverteilung</sub>	-3,4 %							
VaR <sub>99,9 %, POT</sub>	-5,9 %	-5,8 %	-5,8 %	-5,9 %	-7,2 %	-7,7 %	-7,4 %	-7,2 %
VaR <sub>99,9 %, POT, Ø aller u</sub>	-5,9 %				-7,4 %			
VaR <sub>99,9 %, VDAX</sub>	-6,7 %							
VaR <sub>99,9 %, Normalverteilung</sub>	-4,5 %							
Tatsächlicher Verlust	-8,5 %							
Dem tatsächlichen Verlust zuordenbares Konfidenzniveau gemäß POT	99,965 %	99,963 %	99,963 %	99,964 %	99,971 %	99,927 %	99,945 %	99,960 %
Dem tatsächlichen Verlust zuordenbares Konfidenzniveau gemäß POT als Ø über alle u	99,964 %				99,951 %			
Dem tatsächlichen Verlust zuordenbares Konfidenzniveau gemäß VDAX	99,996 %							
Dem tatsächlichen Verlust zuordenbares Konfidenzniveau gemäß Normalverteilung	99,9999957 %							

Quelle: Eigene Berechnung, Datenquelle: Thomson Datastream™

Wie bei einem Vergleich mit den Ergebnissen sichtbar wird, führt die Extremwerttheorie bei einem Konfidenzniveau von 99 % über die gesamten 9.177 Handelstage zu einem tieferen Risikoausweis als die Annahme der Normalverteilung sowie die Anwendung des VDAX. Weil sich zeigte, dass für ein Konfidenzniveau von 99 % bereits durch die Normalverteilungsannahme ein deutlich zu geringes Risikoniveau ausgewiesen wurde, ist das Ergebnis der Extremwerttheorie auf diesem Konfidenzniveau in jedem Fall zu verwerfen. Besser gestaltet sich der Risikoausweis, sofern nur die vergangenen 1.000 Handelstage Berücksichtigung finden. Für das Konfidenzniveau von 99,9 % liegt hingegen das ausgewiesene Risikopotenzial der Extremwerttheorie bereits für beide Grundgesamtheiten über jenem der Normalverteilung, jedoch im Fall der gesamten Datenbasis noch unter jenem der VaR-Ermittlung auf Basis des VDAX. Auch hier ist das Ergebnis der Extremwerttheorie über die gesamte Datenbasis somit nur eingeschränkt einsetzbar. Hieraus kann abermals die bereits zuvor aufgestellte Aussage abgeleitet werden, dass die Märkte – vor allem seit Beginn der 90er-Jahre – deutlich an Risiko gewonnen haben, was bei Berücksichtigung aller historischen Daten keine hinreichende Beachtung findet.

Für die Extremwerttheorie sollte das Hauptaugenmerk jedoch nicht auf einem Konfidenzniveau von 99 % und auch nur eingeschränkt auf einem von 99,9 % liegen. Der Grundgedanke der Extremwerttheorie liegt im Besonderen darin, die Eintrittswahrscheinlichkeit und Risikohöhe extrem seltener Ereignisse zu verbinden. Genau hier vermag das Ergebnis besonders zu überzeugen. Betrachtet man die gesamte Datenbasis des DAX vom 1. 1. 1964 bis zum 30. 5. 2008, so resultieren 10.895 Beobachtungen. Von diesen 10.895 Tagen schloss der DAX an vier Tagen mit einem Verlust von 8,5 % oder mehr.<sup>39</sup> Das historische Konfidenzniveau, dass ein Verlust nicht über 8,5 % liegt, beträgt somit 99,963 % ( $= [10.895 - 4] \div 10.895$ ). Rechnet man für die POT-Methode der Extremwerttheorie gemäß Formel (12) zurück, so wird einem Verlust von 8,5 % durch die Extremwerttheorie auf Basis der Grundgesamtheit von 9.177 Handelstagen nahezu genau dieses Konfidenzniveau zugewiesen. Für die Grundgesamtheit von 1.000 Handelstagen wird die Wahrscheinlichkeit, dass ein Verlust von 8,5 % oder mehr eintritt, mit 0,049 % – was etwa einmal alle 2.040 Handelstage bedeutet – sogar noch höher geschätzt.

Auf Basis der impliziten Volatilität des VDAX ergibt sich hingegen ein Konfidenzniveau von 99,996 %, was bedeuten würde, dass ein Verlust von 8,5 % oder mehr nur einmal in 25.000 Handelstagen oder etwa alle 100 Jahre eintreten dürfte – tatsächlich war dies aber in den letzten 44 Jahren bereits viermal der Fall. Die Normalverteilungsannahme in Verbindung mit der Volatilität aus den stetigen Renditen der dem 11. 9. 2001 vorangegangenen 500 Handelstage kommt für einen Verlust von 8,5 % gar zu einem Konfidenzniveau von 99,9999957 %, was bedeuten würde, dass ein Verlust von 8,5 % oder mehr innerhalb eines Handelstages nur an einem von über 232 Millionen Handelstagen respektive einmal in 930.232 Jahren eintreten dürfte.

Die Extremwerttheorie liefert folglich augenscheinlich gute Ergebnisse zur Verknüpfung extrem seltener Ereignisse mit deren Eintrittswahrscheinlichkeit.

<sup>39</sup>Neben dem 11. 9. 2001 waren dies der 19. 10. 1987, der 16. 10. 1989 und der 19. 8. 1991.

## II. Die Bestimmung des VaR durch historische Simulation

Historische Simulationen kommen ohne Verteilungsannahmen aus.

Ein Modell, das gänzlich ohne Verteilungsannahmen operiert, ist die historische Simulation. Bei ihr werden aus den Daten der Vergangenheit Portfolioveränderungen ohne Verwendung statistischer Parameter generiert. Die historische Simulation ist daher konzeptionell das einfachste Modell, den VaR zu berechnen. Seine Ermittlung kann hierbei in drei Schritten erfolgen.<sup>40</sup>

In einem ersten Schritt muss eine historische Zeitreihe der preisbestimmenden Parameter oder direkt der Preise der zu bewertenden Position respektive des Portfolios aufgestellt werden. Hierbei können am Beispiel des DAX-Portfolios die diskreten Renditen berechnet werden, weil im Gegensatz zu parametrischen Modellen keine Verteilungsannahmen dieser Veränderungsdaten benötigt werden und daher auf stetige Betrachtungen verzichtet werden kann.

Durch Multiplikation der diskreten Wertänderungen mit dem aktuellen Marktwert wird eine einzelne Position – oder im vorliegenden Fall das DAX-Portfolio – für die gesamte Zeitreihe neu bewertet. Die Differenz von aktuellem Positions- oder Portfoliowert und den Zeitreihenwerten reflektiert die Gewinne oder Verluste gemäß unterstellter Halteperiode von beispielsweise einem Handelstag.

Im dritten Schritt werden die historischen Gewinne oder Verluste der Größe nach geordnet. Der VaR kann dadurch auf Basis des unterstellten Konfidenzniveaus durch Abzählen ermittelt werden. Die Vorgehensweise geht damit, wie auch schon das parametrische Vorgehen – mit Ausnahme der impliziten Volatilität des VDAX –, von der Prämisse aus, dass die Informationen aus der ermittelten vergangenheitsorientierten Zeitreihe für die unterstellte Haltedauer Gültigkeit haben.

Zur Ermittlung des VaR auf Basis der historischen Simulation wurde wiederum mit einer Historie von 500 Handelstagen gerechnet. Zur Quantifizierung des relativen VaR wurde für das 99%-Konfidenzniveau somit die fünftiefste diskrete Wertänderung der jeweils vorangegangenen 500 Handelstage herangezogen. Für die Quantifizierung auf Basis des Konfidenzniveaus von 99,9% wurde die verwendete Datenhistorie auf 1.000 Handelstage ausgeweitet und jeweils der höchste Verlust der verwendeten Daten als Basis für den relativen VaR herangezogen.

Die sich ergebenden Abweichungen der tatsächlichen Überschreitungen gegenüber den erwarteten sowie das sich tatsächlich ergebende Konfidenzniveau sind in Abbildung 15 den Ergebnissen der einfachen – gleich gewichteten – Standardabweichung des Grundmodells gegenübergestellt.

„Die historische Simulation ist daher konzeptionell das einfachste Modell, den VaR zu berechnen.“



<sup>40</sup>Vgl. auch Meyer (1999), S. 192.



Grundsätzlich gute Ergebnisse hinsichtlich der Zahl der Überschreitungen unter Berücksichtigung der historischen Simulation.

**Abbildung 15: Güte der Risikoschätzung mittels historischer Simulation gegenüber der unkorrigierten Standardabweichung**

		VaR 99,0 %		VaR 99,9 %	
		Unkorrigierte Standardabweichung	Historische Simulation	Unkorrigierte Standardabweichung	Historische Simulation
Gesamte Datenbasis	X	173	133	58	15
	EW (X)	103,96	103,96	10,40	9,90
	$\Delta$	66 %	28 %	458 %	52 %
	q	98,34 %	98,72 %	99,44 %	99,84 %
60er-Jahre	$\Delta$	34 %	34 %	301 %	706 %
	q	98,66 %	98,66 %	99,60 %	99,19 %
70er-Jahre	$\Delta$	8 %	12 %	140 %	20 %
	q	98,92 %	98,88 %	99,76 %	99,88 %
80er-Jahre	$\Delta$	60 %	28 %	582 %	100 %
	q	98,40 %	98,71 %	99,32 %	99,80 %
90er-Jahre	$\Delta$	104 %	32 %	659 %	20 %
	q	97,96 %	98,68 %	99,24 %	99,88 %
ab 2000	$\Delta$	110 %	40 %	508 %	-6 %
	q	97,89 %	98,60 %	99,39 %	99,91 %

Quelle: Eigene Berechnung, Datenquelle: Thomson Datastream™

Wie deutlich wird, weist die historische Simulation sowohl auf Basis des Konfidenzniveaus von 99 % als auch auf Basis des Konfidenzniveaus von 99,9 % eine hohe Güte hinsichtlich der Zahl der Überschreitungen auf. Demgegenüber ist jedoch zu beachten, dass über die gesamte Datenbasis der durchschnittlich ausgewiesene VaR mit  $-2,96\%$  gegenüber  $-2,56\%$  auf Basis des Modells der unkorrigierten Standardabweichung deutlich höher war und der Investor somit auch nur einen geringeren Anteil seines Portfolios in risikobehaftete Aktiva hätte investieren können.

Vergleicht man die historische Simulation im Weiteren mit der VaR-Ermittlung auf Basis des VDAX, so wird dieser Aspekt noch deutlicher. Die Ergebnisse hinsichtlich der Unterschiede in der Güte der Risikoschätzung sind hierfür in der folgenden Abbildung 16 dargestellt.

**Abbildung 16: Güte der Risikoschätzung mittels historischer Simulation gegenüber der Schätzung auf Basis des VDAX**

		VaR 99,0 %		VaR 99,9 %	
		VDAX als Standardabweichung	Historische Simulation	VDAX als Standardabweichung	Historische Simulation
Gesamte Datenbasis (ab 2.1.92)	X	28	51	11	5
	EW (X)	41,46	41,46	4,15	4,15
	$\Delta$	-33 %	23 %	165 %	21 %
	q	99,32 %	98,77 %	99,73 %	99,88 %
90er-Jahre (ab 2.1.92)	$\Delta$	-25 %	-16 %	298 %	20 %
	q	99,25 %	99,16 %	99,60 %	99,88 %
ab 2000	$\Delta$	-40 %	40 %	40 %	-6 %
	q	99,40 %	98,60 %	99,86 %	99,91 %

Quelle: Eigene Berechnung, Datenquelle: Thomson Datastream™

Für die jüngste Vergangenheit weist die historische Simulation eine Unterschätzung des VaR 99 % auf.

Während für das Konfidenzniveau von 99,9 % die historische Simulation bezüglich der tatsächlichen Anzahl der Überschreitungen des Risikoschätzers klar überlegen ist – aufgrund der Unterschätzung von Extremrisiken durch die Normalverteilungsannahme, welche für den VDAX übertragen wurde –, weist das Modell auf Basis des VDAX für das Konfidenzniveau von 99 % wesentlich weniger Überschreitungen auf. Die tatsächlichen Konfidenzniveaus von über 99 % sowie die negativen Abweichungen weisen hier zwar auf die tendenzielle Überschätzung des Risikos hin, jedoch ist bemerkenswert, dass der durchschnittliche VaR auf Basis des VDAX während der gesamten Betrachtungsperiode bei 3,23 % lag, während auf Basis der historischen Simulation ein durchschnittlicher VaR von 3,56 % resultiert. Der Risikoausweis auf Basis der historischen Simulation für ein Konfidenzniveau von 99 % wurde somit, obwohl er im Durchschnitt um über 10 % über jenem auf Basis des VDAX lag, mit 51 Mal nahezu doppelt so oft überschritten wie der Risikoausweis auf Basis des VDAX mit nur 28 Überschreitungen. Für die vorliegenden Daten und aufgrund der untersuchten Parameter wäre für das Konfidenzniveau von 99 % daher die Risikoermittlung anhand der VDAX-Werte der historischen Simulation vorzuziehen.

### III. Erfassung des Liquiditätsrisikos in Marktpreisrisikomodellen

Ein Problem der bislang vorgestellten Risikomessung – unabhängig davon, ob auf Basis parametrischer Ansätze oder in Form der historischen Simulation – liegt darin begründet, dass sie auf dem Mittelwert von Geld- und Briefkurs (Mittelkurs) beruht. Dies ist klassischerweise bei der Mehrzahl der Anwendung findenden Marktpreisrisikomodelle der Fall. Wird eine Position jedoch tatsächlich veräußert, kann dies nur zum in der Regel tieferen Geldkurs erfolgen. Dabei kommt das Marktliquiditätsrisiko der Position zum Tragen. Dieses ist abhängig von der Marktgängigkeit der Position sowie dem Zustand des Marktumfeldes.

Das Liquiditätsrisiko ist zweigeteilt und besteht aus einem marktgegebenen und einem positionsspezifischen Risiko.

Betrachtet man das Marktumfeld einer Position, so kann der Grad der Liquidität eines Marktes durch die drei Dimensionen Weite, Tiefe und Erneuerungskraft bestimmt werden. Die Weite wird durch die Geld-Brief-Spanne definiert und gibt die Kosten für einen sofortigen Abschluss an. Die Tiefe ist eine Maßzahl dafür, welches Volumen sofort, ohne weiteren Einfluss auf den Kurs, handelbar ist. Die Erneuerungskraft zeigt schließlich an, wie lange es dauert, bis die Geld-Brief-Spanne auf ihr altes Niveau zurückgekehrt ist.<sup>41</sup>

Das Marktliquiditätsrisiko kann somit zweigeteilt werden. Einerseits besteht ein allgemeines, marktgegebenes Liquiditätsrisiko der Position, das vom Volumen der zu liquidisierenden Position unabhängig besteht und auch als exogenes Liquiditätsrisiko bezeichnet wird. Andererseits besteht ein Einfluss des Volumens der zu veräußernden Position auf den realisierbaren Geldkurs – das sogenannte endogene oder positionsspezifische Marktliquiditätsrisiko.

Die Erfassung beider Risikobestandteile durch die institutionellen Investoren, welche an der Befragung teilgenommen haben, beigemessene Bedeutung ist ebenfalls hoch. So haben es jeweils über 45 % als sehr wichtig oder wichtig betrachtet, dass eine Risikomesszahl in der Lage sei, das allgemein marktgegebene (exogene) und das positionsspezifische (endogene) Marktliquiditätsrisiko zu erfassen. Nur weniger als 2 % hielten dies bei beiden Fragen für unwichtig oder weniger wichtig.

Für das marktgegebene Liquiditätsrisiko der Position existieren Möglichkeiten der Quantifizierung über die Betrachtung der Volatilität der relativen Geld-Brief-Spanne.<sup>42</sup> Ein exemplarisches Verfahren hierzu wurde von Bangia et al. 1999 vorgestellt.<sup>43</sup> Dieses bestimmt das Liquiditätsrisiko der Position als Abweichung des Briefkurses vom als Durchschnittspreis ermittelten Marktpreis. Unterstellt man für die Volatilität der Geld-Brief-Spanne die Normalverteilung,<sup>44</sup> so ergibt sich die mit einem über den Z-Wert vorgegebenen Konfidenzniveau maximal zu erwartende Abweichung des Geldkurses vom Marktpreis als:

$$(13) LR_{GBS,t} = \frac{1}{2} \left[ P_t \left( EW(GBS_t) + z \times \sigma_{GBS_t} \right) \right]$$

$LR_{GBS,t}$  = aus der Geld-Brief-Spanne resultierendes objektbezogenes Liquiditätsrisiko einer Position im Zeitpunkt  $t$ ;  
 $P_t$  = aktueller Durchschnittspreis des Geld- und des Briefkurses der Position zum Zeitpunkt  $t$ ;  $EW(GBS_t)$  = Erwartungswert der relativen Geld-Brief-Spanne;  $z$  = Z-Wert;  $\sigma_{GBS_t}$  = Volatilität der relativen Geld-Brief-Spanne

<sup>41</sup>Vgl. Schiereck (1995), S. 24 f.; Bervas (2006), S. 65.

<sup>42</sup>Die relative Geld-Brief-Spanne ist definiert als Quotient aus der absoluten Geld-Brief-Spanne und dem Durchschnitt aus Geld- und Briefkurs.

<sup>43</sup>Vgl. Bangia et al. (1999).

<sup>44</sup>Bangia et al. konnten aufgrund empirischer Untersuchungen zeigen, dass die Normalverteilung für die relative Geld-Brief-Spanne in der Regel nicht erfüllt ist. Als Lösung haben sie eine Anpassung des Z-Werts vorgeschlagen, welche marktabhängig für ein Konfidenzniveau von 99 % zu Multiplikatoren von 2,0 bis 4,5 – statt 2,33 im Fall der Normalverteilung – führt.

### Erfassung des exogenen Marktliquiditätsrisikos.

Für eine Position mit einem aktuellen Marktwert von 100 GE, einem Erwartungswert der relativen Geld-Brief-Spanne von 1 % und einer Volatilität der Geld-Brief-Spanne von 1,5 % ergibt sich mit einem Sicherheitsniveau von 99 % (was einem Z-Wert von 2,33 entspricht) somit ein marktgegebenes Liquiditätsrisiko von:

$$(14) LR_{GBS,t} = \frac{1}{2} \left[ 100 \text{ GE} \times \left( 1\% + 2,33 \times 1,5\% \right) \right] = 2,25 \text{ GE}$$

Das bedeutet, dass der realisierbare Liquidationserlös mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % um nicht mehr als 2,25 GE unter dem als Durchschnitt von Geld- und Briefkurs ermittelten Marktwert der Position liegt. Für das Beispiel des DAX-Portfolios liegt dieser Wert verständlicherweise tiefer. So lag die durchschnittliche Geld-Brief-Spanne vom 1. 1. 2007 bis zum 30. 5. 2008 beispielsweise bei 0,154 % und deren Volatilität bei nur 0,019 %.<sup>45</sup> Das daraus ableitbare relative Liquiditätsrisiko bei einem Sicherheitsniveau betrug somit 0,1 % (=  $0,5 \times [0,154\% + 2,33 \times 0,019\%]$ ).

Dem über ein Standardmodell, das auf dem Mittelkurs beruht, ermittelten VaR wäre das entsprechend ermittelte Liquiditätsrisiko zuzuschlagen, womit sich ein um das Liquiditätsrisiko adjustierter VaR ergibt durch:<sup>46</sup>

$$(15) LAdj-VaR = VaR - \frac{1}{2} \left[ P_t \left( EW(GBS_t) + z \times \sigma_{GBS_t} \right) \right]$$



„Dem über ein Standardmodell ermittelten VaR wäre das entsprechend ermittelte Liquiditätsrisiko zuzuschlagen.“

<sup>45</sup>Eigene Berechnungen; Quellen: Datastream, Deutsche Börse.

<sup>46</sup>Vgl. Bangia et. al (1999), S. 8. Die Darstellung wurde an die negative Definition des VaR angepasst.

Für das Beispiel des DAX-Portfolios würde sich der VaR somit von etwa 2,6 % auf Basis der Normalverteilung und einem Konfidenzniveau von 99 % auf 2,7 % und somit relativ um knapp 4 % erhöhen.

Obgleich eine entsprechende Adjustierung in gängigen Modellen allenfalls die Ausnahme ist, hielten erstaunlicherweise nur 8,53 % der Umfrageteilnehmer die Volatilität, die Sharpe-Ratio, den Value at Risk sowie den Tracking Error für ungeeignet oder weniger geeignet, das marktgegebene Liquiditätsrisiko zu erfassen.

Deutlich schwieriger als die Erfassung des marktgegebenen Liquiditätsrisikos gestaltet sich die Simulation des Einflusses des Volumens der zu veräußernden Position auf den realisierbaren Briefkurs. Einer der ersten vorgestellten Ansätze hierfür beruht auf der Bestimmung der Markttiefe.<sup>47</sup> Der hierbei als „Kyle  $\lambda$ “ bekannt gewordene Faktor zur Messung des Einflusses der Transaktion wurde von zahlreichen Autoren adaptiert.<sup>48</sup>

So integrierten beispielsweise Hisata und Yamai das durch spezifische Transaktionen verursachte Marktliquiditätsrisiko in den VaR-Ansatz. Ausgangspunkt war dabei die Berechnung der optimalen Veräußerungsdauer, aus welcher die Haltedauer zur Berechnung des VaR abgeleitet wird. Die optimale Veräußerungsdauer wird dabei durch Minimierung der Summe aus dem Erwartungswert der Transaktionskosten und deren Standardabweichung, welche mit dem Z-Wert des gewünschten Konfidenzniveaus und den Kapitalkosten zu multiplizieren ist, ermittelt. Der zugehörige Liquidity-VaR ergibt sich durch Multiplikation der Volatilität der Transaktionskosten mit dem gewünschten Z-Wert.<sup>49</sup>

Das Verfahren ist jedoch durch zahlreiche Annahmen, beispielsweise die Trennung zwischen dauerhaften sowie vorübergehenden Auswirkungen auf den Preis durch die Veräußerung der Position, geprägt.<sup>50</sup> Insgesamt folgt auf Basis mathematischer Modelle daher bislang nur der Schluss, dass bei großen Volumina das Risiko durch den VaR der Marktpreisrisikomessung erheblich unterschätzt wird.<sup>51</sup>

Eine empirische Untersuchung des Einflusses der Verkaufstätigkeit auf Aktien- und Edelmetallnotierungen führte Berkowitz im Jahr 2000 auf Basis der Liquiditätsdaten von 500 verschiedenen Anlagefonds durch. Diese konnte für alle untersuchten Märkte zeigen, dass mit zunehmendem Volumen ein schlechterer Kurs realisiert wurde. Jedoch waren die Ergebnisse nur für die Edelmetallmärkte statistisch signifikant.<sup>52</sup>

<sup>47</sup>Vgl. Kyle (1985).

<sup>48</sup>Vgl. Brennan/Subrahmanyam (1998), S. 2 ff.; Brennan/Tamarowski (2000), S. 26 ff.; Calcagno/Heider (2004), S. 3 ff.; Bervas (2006), S. 72.

<sup>49</sup>Vgl. Hisata/Yamai (2000), S. 91 ff.

<sup>50</sup>Vgl. Hisata/Yamai (2000), S. 88.

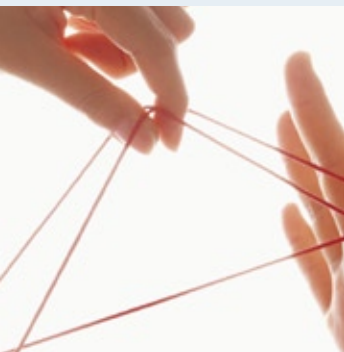
<sup>51</sup>Vgl. Dunbar (1998), S. 36; Hisata/Yamai (2000), S. 96; Bervas (2006), S. 71 ff.

<sup>52</sup>Vgl. Berkowitz (2000).

Es besteht Handlungsbedarf beim Umgang mit dem positionsspezifischen Risiko.

Gesamthaft kann festgestellt werden, dass die bisherigen Ansätze zur Messung des Einflusses der Positionsveräußerung nicht sinnvoll in Risikomaßzahlen integriert werden können, da sie auf einer Vielzahl von Annahmen beruhen, deren Datenbasis nicht vorhanden ist.<sup>53</sup> Ein Investor muss angesichts dieser Ergebnisse die Auswirkungen der Positionsveräußerung möglichst aus vergangenen Erfahrungswerten abschätzen. Ebenso können aus dem durchschnittlichen Handelsvolumen einer Position in der Vergangenheit sowie Betrachtungen des Limit-Order-Books in der Vergangenheit Rückschlüsse gezogen werden, welcher Anteil der Position im Fall notwendiger Portfolioanpassungen überhaupt innerhalb bestimmter Zeitperioden über den Markt liquidisiert werden kann. Hier besteht in der praktischen Anwendung Nachholbedarf, da sich im Rahmen der Studie gezeigt hat, dass erst 15 % der institutionellen Investoren, die an der Befragung teilgenommen haben, das Anlagevolumen einzelner Positionen vom Handelsvolumen am jeweiligen Markt abhängig limitieren.

Dass der Aussagegehalt der Risikomesszahlen durch die Investoren im Zusammenhang des Liquiditätsrisikos – wie auch schon für das allgemeine Marktliquiditätsrisiko – überschätzt wird respektive ihre Funktion falsch interpretiert wird, zeigt die Tatsache, dass im Rahmen der Befragung wiederum nur 9 % der Umfrageteilnehmer die Volatilität, die Sharpe-Ratio, den Value at Risk sowie den Tracking Error für ungeeignet oder weniger geeignet hielten, das positionsspezifische Liquiditätsrisiko zu erfassen.



„Ein Investor muss die Auswirkungen der Positionsveräußerung möglichst aus vergangenen Erfahrungswerten abschätzen.“



<sup>53</sup>Vgl. auch Bervas (2006), S. 73.

## C. Auswirkungen einer exakteren Risikoquantifizierung aus Rentabilitäts Gesichtspunkten

Nachdem im vorangegangenen Kapitel alternative Methoden zur Risikoquantifizierung vorgestellt wurden, stellt sich abschließend die Frage, worin für den Investor der Nutzen besserer Risikoquantifizierung hinsichtlich der Rentabilität seines Portfolios liegt.

Die erwartete Portfolio Rendite institutioneller Investoren ist durchaus realistisch.

Im Rahmen der Umfrage gaben 43 % der institutionellen Investoren an, die Auslastung ihres Risikobudgets auf Basis des VaR mit einem Konfidenzniveau von 99 % und einer Haltedauer von zehn Handelstagen zu überwachen. Das Risikolimit im Verhältnis zum Gesamtportfolio lag dabei im Durchschnitt bei 12,6 %. Dieses wurde – wie bereits erwähnt – im Schnitt zu 57,6 % ausgelastet. Die Ziel-Rendite auf das Portfolio wurde wiederum mit 5,7 % angegeben. Zieht man den durchschnittlichen Geldmarktsatz mit einer Laufzeit von drei Monaten vom 1. 1. 2008 bis Ende Juli – was etwa dem Ende der Befragung entspricht – als risikofreien Zinssatz heran, so lag dieser bei 4,0 %.

Die erwartete Überschussrendite der Investoren beläuft sich somit auf:

$$\text{Überschussrendite}_{\text{erwartet}} = \text{Ziel-Rendite} - r_f = 5,7\% - 4\% = 1,7\%$$

Der Ziel-RORAC auf Limitbasis ergibt sich entsprechend durch:

$$\text{Ziel-RORAC}_{\text{Limitbasis}} = \frac{1,7\%}{12,6\%} = 13,49\%$$

Prüft man, inwieweit diese Zielvorgabe realistisch ist, so bietet sich eine historische Analyse des Verhältnisses von Marktrisikoprämie im Verhältnis zum Marktrisiko an. Für den Zeitraum vom 1. 1. 1967 bis zum 30. 5. 2008 lag die durchschnittliche DAX-Rendite als geometrisches Mittel bei 7,6 %<sup>54</sup> und als arithmetisches Mittel auf jährlicher Basis bei 10,7 %. Bezüglich der Verwendung des arithmetischen und des geometrischen Mittels herrscht in der Wissenschaft ein Methodenstreit, der insbesondere aus der Kapitalkostenbestimmung mittels CAPM resultiert, aber auch in der Ermittlung von Sharpe-Ratio und Ziel-RORAC Niederschlag findet.<sup>55</sup> Während für die Verwendung des geometrischen Mittels spricht, dass dieses die tatsächlich über die gesamte Laufzeit realisierte Rendite eines Portfolios wiedergibt, wird für das arithmetische Mittel ins Feld geführt, dass dieses die Rendite eines Portfolios wiedergibt, das jährlich auf dem gleichen Volumen beruht.<sup>56</sup> Somit wäre das arithmetische Mittel als zu erwartende Rendite für die kommende Periode heranzuziehen, jedoch das geometrische für historische Vergleiche – was im vorliegenden Fall gegeben ist.

Bei einem risikofreien Zinssatz von 5,8 % (als Drei-Monats-Geldmarktzins vom 1. 1. 1967 bis zum 30. 5. 2008) ergibt sich bei einem durchschnittlichen VaR 99 % gemäß historischer Simulation mit einer Haltedauer von zehn Handelstagen von 9,36 % ( $= 2,96\% \times \sqrt{10}$ ) für den RORAC:

$$\text{RORAC} = \frac{7,6\% - 5,8\%}{9,36\%} = 19,23\%$$

<sup>54</sup> Indexstand am 1. 1. 1967 bei 337,26 Punkten und am 30. 5. 2008 bei 7.096,79 Punkten.

<sup>55</sup> Vgl. hierzu exemplarisch Gebhardt/Daske (2004), S. 10 f.; Ziembra (2005), S. 109 f.; Albrecht (2006), S. 6 ff.

<sup>56</sup> Angenommen, ein Portfolio gewinnt im ersten Jahr 100 % an Wert und verliert im zweiten Jahr 50 %, so hat das Portfolio wieder den Ausgangswert erreicht. Die geometrische Rendite ist entsprechend 0 %, die arithmetische Rendite hingegen 25 % ( $= [100\% - 50\%] \div 2$ ), da implizit angenommen wird, nach dem ersten Jahr werde das Portfoliovolumen wieder auf den Ausgangswert zurückgeführt.

Risikobudgets werden nicht optimal ausgenutzt.

Das gesetzte Ziel der Investoren auf Basis der Limitvorgabe scheint somit eher niedrig angesetzt zu sein. Dabei gilt es aber zu beachten, dass sich die geometrische DAX-Rendite beispielsweise bei einer Ausweitung auf den Zeitraum 1. 1. 1965 bis 30. 5. 2008 bereits auf 6,4 % verringert, während der risikofreie Zins unverändert bei 5,8 % liegt. Der RORAC würde bei unverändertem VaR somit auf 6,4 % fallen. Jedoch scheint eine geometrische Überschussrendite auf dem Gesamtmarkt von 1,8 % im Vergleich zahlreicher internationaler Studien über unterschiedliche Zeitperioden bereits konservativ.<sup>57</sup>

Rechnet man den Ziel-RORAC der Investoren im Weiteren auf Ist-Risikokapitalbasis um, so ergibt sich ausgehend von der Risikolimitauslastung von 57,6 %:

$$\text{Ziel-RORAC}_{\text{Ist-Risikokapitalbasis}} = \frac{1,7\%}{12,6\%} \times \frac{1}{57,6\%} = 23,42\%$$

Dieser Wert liegt bereits über dem ermittelten historischen Ergebnis, scheint jedoch durchaus noch realistisch angesichts der deutlichen Auswirkungen bereits kleiner Veränderungen in der historischen Rendite.

Im Folgenden wird für eine Simulation in einem ersten Schritt davon ausgegangen, dass ein Anleger bislang auf Basis der historischen Simulation seine Risikolimitauslastung bestimmt und entsprechend Abbildung 16 auf Basis des VDAX eine bessere Risikoquantifizierung hinsichtlich des 99 %-Konfidenzniveaus erreichen kann. Dabei resultiert entsprechend den DAX-Werten vom 1. 1. 1992 bis zum 30. 5. 2008 gleichzeitig eine um etwa 10 % tiefere durchschnittliche Risikomesszahl. Es gilt somit im Durchschnitt über die Beobachtungsperiode:

$$(16) \frac{\text{VaR}_{99\%; \text{VDAX}}}{\text{VaR}_{99\%; \text{historische Simulation}}} = 0,91$$

Wurde für die Ermittlung des RORAC in der Ausgangslage wiederum der VaR auf Basis historischer Simulation zugrunde gelegt, so gilt für die Ziel-Rendite:

$$(17) \text{Ziel-Rendite} = \text{RORAC} \times \text{VaR}_{99\%; \text{historische Simulation}} + r_f$$

Nimmt man den Ziel-RORAC auf Ist-Risikokapitalbasis der Umfrageteilnehmer von 23,42 % als Basis und verknüpft Formel (16) und Formel (17) bei gleichzeitiger Annahme, dass der Investor auf Basis des über den VDAX ermittelten VaR wiederum sein Risikolimit von 12,6 % des Anlagevolumens zu 57,6 % auslastet, so ergibt sich für die Ziel-Rendite neu:

$$\text{Ziel-Rendite} = \text{RORAC} \times \frac{\text{VaR}_{99\%; \text{VDAX}}}{0,91} + r_f = 23,42\% \times \frac{12,6\% \times 57,6\%}{0,91} + 4\% = 5,87\%$$

<sup>57</sup>Vgl. beispielsweise Gebhardt/Daske (2004), S. 11.

<sup>58</sup>Wendet man für die historische Simulation nicht das Wurzelgesetz an, sondern ermittelt den VaR als fünftiefste diskrete Indexveränderung über jeweils zehn Handelstage während der vergangenen 510 Handelstage, liegt die Überschreitung sogar bei 129 %.



Die Ziel-Rendite kann somit durch das neue Risikomessmodell von 5,7 % auf 5,87 % oder relativ um 10 % der Überschussrendite gesteigert werden.

Verbesserte Risikomessung und effizientere Risikobudgetauslastung steigern die risikoadjustierte Performance.

Eine weitere Auswirkung auf die Ziel-Rendite kann in einem zweiten Schritt durch eine veränderte Auslastung des Risikolimits erfolgen. Betrachtet man die Überschreitungen des VaR auf Basis einer Haltedauer von zehn Handelstagen, so trat im Beobachtungszeitraum sowohl für den VaR auf Basis des VDAX als auch für den mittels historischer Simulation errechneten und über das Wurzelgesetz auf eine Haltedauer von zehn Handelstagen angepassten VaR die maximale Überschreitung für den Zeitraum 9. 1. 2008 bis 23. 1. 2008 auf. Während die Überschreitung auf Basis des VDAX bei 82 % lag, wurde der VaR der historischen Simulation jedoch um 125 % überschritten.<sup>58</sup> Ein allfälliger „Risikopuffer“, der sicherstellen soll, dass auch in Zeiten, in welchen der VaR überschritten wird, das Risikolimit nicht verletzt wird, könnte auf dieser Basis um 36 % (= 82 % ÷ 125 % – 1) verringert werden.

Würde der Investor diese Verringerung des notwendigen „Risikopuffers“ in eine Erhöhung der Risikolimitauslastung umsetzen, so könnte er seine Risikolimitauslastung von 57,6 % auf 72,9 % (= 57,6 % + (1 – 57,6 %) × 36 %) erhöhen. Für die Ziel-Rendite würde sich in Verbindung mit dem tieferen durchschnittlichen Risikoausweis somit ergeben:

$$\text{Ziel-Rendite} = \text{RORAC} \times \frac{\text{VaR}_{99\%;\text{VDAX}}}{0,91} + r_f = 23,42\% \times \frac{12,6\% \times 72,9\%}{0,91} + 4 = 6,36\%$$

Durch Verknüpfung beider Effekte kann die zu erwartende Ziel-Rendite durch Veränderung der Risikomessung von der historischen Simulation zum VDAX somit im vorliegenden Modell von 5,7 % auf 6,36 % verbessert werden. Kritisch zu berücksichtigen bleibt bei der praktischen Umsetzung jedoch, dass weder die zeitliche Verteilung des Renditeanfalls noch die zeitliche Verteilung des Risikoausweises berücksichtigt wurden. Vielmehr beruht die Betrachtung auf reiner Durchschnittsbildung von Rendite- und Risikokennzahlen. Ebenso ist zu beachten, dass im Rahmen der Untersuchung eventuell größere Schwankungen des Periodenerfolgs – die für den Portfoliomanager häufig unter Gesichtspunkten der Gewinn- und Verlustrechnung relevant sind – nicht betrachtet wurden.



„Eine weitere Auswirkung auf die Ziel-Rendite kann durch eine veränderte Auslastung des Risikolimits erfolgen.“

## Zusammenfassung

### Alternative Ansätze zur Risikoquantifizierung optimieren das Risikomanagement institutioneller Investoren und verbessern deren Renditechancen.

Risiko und Rendite sind fest miteinander verbunden. Der Risikotragfähigkeitskalkül und der Risiko-Chancen-Kalkül konnten dabei als zentrale Pfeiler einer integrierten Rendite-Risiko-Politik dargestellt werden. Deren Bedeutung ist vor allem auch vor dem Hintergrund der häufigen Diskrepanz zwischen subjektiver und objektiver Risikolage unabdingbar. Dies wird ebenfalls durch die in der Umfrage zutage getretene starke Schwankung der Bedeutung des Aspekts Sicherheit für Anlageentscheidungen deutlich. So müssen für potenzielle Risiken entsprechende Limitsysteme vorhanden sein. Um Rendite und Risiko in ein sinnvolles Verhältnis zu bringen, sind risikoadjustierte Performance-Kennzahlen einzuführen. Zu berücksichtigen ist dabei der signifikante Unterschied der Formulierung von Zielgrößen auf Basis gesetzter Risikolimits und der Ex-post-Analyse auf Basis des tatsächlich eingegangenen Risikopotenzials. Muss ein Investor große Teile seines Risikolimits aufgrund unzureichender Risikomesssysteme und der daraus resultierenden Ungewissheit, ob die quantifizierte Risikohöhe der tatsächlichen entspricht, ungenutzt lassen, so wird für ihn genau dies zum Problem. Die Realisierung der angestrebten Ziel-Rendite wird hierdurch nämlich deutlich erschwert.

Im Rahmen der vorliegenden Studie wurden alternative Ansätze zur Marktpreisrisikoquantifizierung vorgestellt und anhand eines hypothetischen DAX-Portfolios auf ihre Güte getestet. Dabei wurde sichtbar, dass durch eine stärkere Berücksichtigung weniger weit in der Vergangenheit liegender Ereignisse eine bessere Risikoquantifizierung möglich wird. Dies kann vermutlich auf Tendenzen in der Volatilitätsentwicklung zurückgeführt werden, die auch in GARCH-Modellen Berücksichtigung finden. Demgegenüber ist festzustellen, dass die Annahme der Normalverteilung stetiger Kursrenditen insbesondere seit Beginn der 90er-Jahre klar zu verwerfen ist.

Sehr gute Ergebnisse hinsichtlich der Anzahl verbleibender Überschreitungen des quantifizierten Risikopotenzials lieferte die Berücksichtigung des VDAX und damit der von den Marktteilnehmern erwarteten zukünftigen – aus Optionspreisen abgeleiteten – impliziten Volatilität. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass die Risikoquantifizierung auf Basis der impliziten Volatilität für ein Konfidenzniveau von 99 % bei einem geringeren durchschnittlichen Risikoausweis weniger Überschreitungen des quantifizierten Risikoniveaus aufweist als die historische Simulation. Zu beachten ist jedoch, dass die ausgewiesene Risikohöhe eines Messsystems, das auf dem VDAX basiert, wesentlich volatil ist, als dies bei der historischen Simulation oder der Annahme der Normalverteilung stetiger Kursrenditen der Fall ist. Es resultiert somit für die Steuerung ein erhöhter Anpassungsbedarf, wenn Risikolimit und Risikopotenzial möglichst wenig voneinander abweichen sollen.

Neben Belastungen, die ein mittleres Gefährdungspotenzial widerspiegeln, welches beispielhaft an einem von 100 Handelstagen eintritt, sind für das Risikocontrolling auch Extrembelastungen von großer Bedeutung. Wie gezeigt werden konnte, bestehen durch die Extremwerttheorie Möglichkeiten zur guten Verknüpfung von Risikohöhe und Eintrittswahrscheinlichkeit. So konnte exemplarisch für den 11.9.2001 gezeigt werden, dass mittels der Peaks-over-Threshold-Methode, basierend auf den stetigen DAX-Veränderungen der vorangegangenen 1.000 Handelstage, die Eintrittswahrscheinlichkeit für einen Verlust von 8,5 % oder mehr auf einen von 2.040 Handelstagen geschätzt wurde. Tatsächlich sind Verluste dieser Größenordnung in der Vergangenheit etwa alle 2.750 Tage eingetreten. Auf Basis der Normalverteilung wären sie jedoch nur an einem von 232 Millionen Handelstagen zu erwarten gewesen.

Eine häufige Schwäche von Marktpreisrisikomodellen stellt – gerade in angespannten Märkten – der Umstand dar, dass diese auf dem Mittelkurs (Mittelwert von Geld- und Briefkurs) beruhen. Erstaunlicherweise hielten nur 9 % der Umfrageteilnehmer Risikomesszahlen wie beispielsweise den VaR, die Sharpe-Ratio oder die Volatilität für weniger geeignet oder ungeeignet, das allgemeine Marktliquiditätsrisiko sowie das endogene – vom Volumen der Position abhängige – Marktliquiditätsrisiko zu quantifizieren. Wie gezeigt werden konnte, besteht für das allgemeine Marktliquiditätsrisiko grundsätzlich die Möglichkeit der Erfassung über die Geld-Brief-Spanne und deren Volatilität. Für das endogene Marktliquiditätsrisiko fehlen jedoch noch entsprechende Möglichkeiten. Umso wichtiger ist es, dass Investoren sich darüber bewusst sind, was die eingesetzten Risikomesssysteme und Risikomesszahlen zu leisten in der Lage sind und welche Information sie nicht beinhalten.

Abschließend wurde eruiert, welche Auswirkungen eine verbesserte Risikoquantifizierung auf den Erwartungswert der Portfoliorendite aufweisen könnte. Hierbei wurde in einem ersten Schritt deutlich, dass die von den befragten Investoren erwartete Portfoliorendite durchaus realistisch ist. Diese liegt etwa 1,7 % über dem risikofreien Zinssatz und ergibt im Verhältnis zum eingegangenen Risiko ein im historischen Durchschnitt liegendes Rendite-Risiko-Verhältnis. Durch eine verbesserte Risikoquantifizierung sowie eine bessere Risikolimitauslastung konnte jedoch am Beispiel gezeigt werden, dass unter den getroffenen Annahmen eine Steigerung der erwarteten Portfoliorendite auf 2,36 % möglich wäre. Dies allerdings unter der einschränkenden Hypothese eines zeitlich gleich verteilten Renditeanfalls – bedingt durch die zugrunde liegende Durchschnittsbildung.

Es konnte somit nicht nur die Bedeutung von Risikomodellen für die Risikoquantifizierung an sich dargestellt werden, sondern darüber hinaus nachgewiesen werden, dass Verbesserungen in Risikomodellen durchaus direkte Auswirkungen auf die Ertragschancen haben können.



„Verbesserungen in Risikomodellen können durchaus direkte Auswirkungen auf die Ertragschancen haben.“

## Literaturverzeichnis

- Albrecht, P. (2006): 25 Jahre Kapitalanlageperformance der deutschen Lebensversicherer: Risiko-/Performanceprofile und risikobereinigte Performancekennzahlen, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, N. 165.
- Bangia, A. et al. (1999): Modelling Liquidity Risk With Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management, Working Paper 99-06, The Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Berkowitz, J. (2000): Incorporating Liquidity Risk into Value-at-Risk Models, <http://www.uh.edu/~jberkowi/liqrisk.pdf>, 11. 2. 2007.
- Bervas, A. (2006): Market liquidity and its incorporation into risk management, in: Financial Stability Review, Banque de France (Hrsg.), No. 8, S. 63–79.
- Black, F./Scholes, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, S. 637–654.
- Bleymüller, J./Gehlert G./Gülicher, H. (2004): Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, 14. Auflage, München.
- Bollerslev, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, in: Journal of Econometrics, Vol. 31, S. 307–327.
- Borkovec, M./Klüppelberg, C. (2000): Extremwerttheorie für Finanzzeitreihen – ein unverzichtbares Werkzeug im Risikomanagement, in: Handbuch Risikomanagement, Rudolph B./Johanning L. (Hrsg.), Bad Soden, S. 219–241.
- Brennan, M./Subrahmanyam, A. (1998): The Determinants of Average Trade Size, in: Journal of Business, Vol. 71, No. 1, S. 1–25.
- Brennan, M./Tamarowski, C. (2000): Investor Relations, Liquidity, and Stock Prices, in: Journal of Applied Corporate Finance, Vol. 12, No. 4, S. 26–37.
- Calcagno, R./Heider, F. (2004): Market Based Compensation, Trading and Liquidity, Working Paper 04-62, Universidad Carlos III Madrid, Madrid.
- Credit Suisse Financial Products (1997): CreditRisk+ – A Credit Risk Management Framework, <http://www.csfb.com/creditrisk>, London.
- Deutsche Börse (2006): VDAX-NEW: Der neue Volatilitätsindex der Deutschen Börse.
- Deutsche Börse (2007): Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse, Version 2.4.
- Dunbar, N. (1998): Meriwether's meltdown, in: Risk, Vol. 11, No. 10, S. 32–36.
- Embrechts, P./Klüppelberg, C./Mikosch, T. (1999): Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Berlin.
- Franke, J./Härdle, W./Hafner, C. (2003): Einführung in die Statistik der Finanzmärkte, 2. Auflage, Berlin.
- Funke, C./Johanning, L./Rudolph, B. (2007): Risiko- und Anlagepräferenzen institutioneller Investoren: Abhängigkeit von der Kapitalmarktsituation und Entwicklung im Zeitablauf, Edition Risikomanagement 1.4, Union Investment.
- Gebhardt, G./Daske, H. (2004): Zukunftsorientierte Bestimmung von Kapitalkosten für die Unternehmensbewertung, Working Paper Series: Finance & Accounting, Nr. 134, Frankfurt am Main.
- Gençay, R./Selçuk, F./Ulugülyağci, A. (2001): EVIM: A Software Package for Extreme Value Analysis in MATLAB, in: Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, Vol. 5, No. 3, S. 213–239.

- Hosking, J./Wallis, J. (1987): Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution, in: *Technometrics*, Vol. 29, No. 3, S. 339–349.
- Hosking, J./Wallis, J./Wood, E. (1985): Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments, in: *Technometrics*, Vol. 27, No. 3, S. 251–261.
- Hisata, Y./Yamai, Y. (2000): Research Toward the Practical Application of Liquidity Risk Evaluation Methods, in: *Monetary and economic Studies*, S. 83–110.
- Hull, J. (2006): *Optionen, Futures und andere Derivate*, 6. Auflage, München.
- Jorion, P. (2007): *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, New York.
- Këllezli, E./Gilli, M. (2000): *Extreme Value Theory for Tail-Related Risk Measures*, Working Paper, 18/2000, Department of Econometrics and FAME, University of Geneva, Genf.
- Kyle, A. (1985): Continuous auctions and insider trading, in: *Econometrica*, Vol. 53, No. 6, S. 1315–1336.
- McKinsey (1998): *CreditPortfolioView – Approach Document and User’s Manual*, New York.
- McNeil, A. (1999): Extreme Value Theory for Risk Managers, in: *Internal Modelling and CAD II*, S. 93–113.
- Meyer, C. (1999): *Value at Risk für Kreditinstitute: Erfassung des aggregierten Marktrisikopotentials*, Wiesbaden.
- RiskMetrics Group (1999): *Risk Management: A Practical Guide*.
- Schiereck, D. (1995): *Internationale Börsenplatzentscheidungen institutioneller Investoren*, Wiesbaden.
- Schierenbeck, H./Lister, M./Kirmße, S. (2008): *Ertragsorientiertes Bankmanagement, Band 2: Risiko-Controlling und integrierte Rendite-/Risikosteuerung*, 9. Auflage, Wiesbaden.
- Smith, R. (1990): Extreme Value Theory, in: *Handbook of Applicable Mathematics*, Ledermann, W. et al. (Hrsg.), Chichester.
- Toutenburg, H. (2005): *Induktive Statistik: Eine Einführung mit SPSS für Windows*, Berlin.
- Ziemba, W. (2005): The symmetric downside-risk Sharpe Ratio, in: *Journal of Portfolio Management*, Fall 2005, S. 108–112.

# Abbildungsverzeichnis

<b>Abbildung 1</b>	Wichtigster Aspekt für die Anlageentscheidung im Zeitverlauf	8
<b>Abbildung 2</b>	Bedeutung allgemeiner Risiken – Vergleich der Studienergebnisse 2007 und 2008	9
<b>Abbildung 3</b>	Gleichgewichtsbedingungen im Risikotragfähigkeitskalkül	10
<b>Abbildung 4</b>	Standardisierte Risikoquantifizierung im Modell RiskMaster®	16
<b>Abbildung 5</b>	Relativer VaR 99 % und 99,9 % sowie deren Überschreitungen	17
<b>Abbildung 6</b>	Empirische Überprüfung der Güte der Risikoschätzung mittels Normalverteilungsannahme	18
<b>Abbildung 7</b>	Güte der Risikoschätzung mittels dynamisierter Betrachtung gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung	20
<b>Abbildung 8</b>	Vergleich des VaR 99 % mittels dynamisierter Betrachtung gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung	21
<b>Abbildung 9</b>	Vergleich des VaR 99 % mittels dynamisierter Betrachtung gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung vom 1. 1. 2001 bis zum 1. 1. 2003	22
<b>Abbildung 10</b>	Güte der Risikoschätzung mittels VDAX gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung	23
<b>Abbildung 11</b>	Vergleich des VaR 99 % auf Basis des VDAX gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung	24
<b>Abbildung 12</b>	Vergleich des VaR 99 % auf Basis des VDAX gegenüber der einfachen historischen Standardabweichung vom 1. 1. 2001 bis zum 1. 1. 2003	25
<b>Abbildung 13</b>	Funktionsverläufe der Exzessmittelwertfunktion von Standardfunktionen	27
<b>Abbildung 14</b>	Gegenüberstellung des VaR auf Basis der POT-Methode und des VaR auf Basis des VDAX	30
<b>Abbildung 15</b>	Güte der Risikoschätzung mittels historischer Simulation gegenüber der unkorrigierten Standardabweichung	33
<b>Abbildung 16</b>	Güte der Risikoschätzung mittels historischer Simulation gegenüber der Schätzung auf Basis des VDAX	34



**Herausgeber:**

Union Investment Institutional GmbH  
Wiesenhüttenstraße 10  
60329 Frankfurt am Main

Diese Broschüre wurde mit großer Sorgfalt entworfen und hergestellt, dennoch wird die Haftung auf grobes Verschulden beschränkt. Änderungen vorbehalten.

Stand: November 2008

003674 11.08