Vorsicht Hochspannung!

Risikomanagement in Energiemärkten (Teil II) Modellierung von Strompreisen

Autor
Stefan Trück

ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Statistik, Ökonometrie und mathematische Finanzwirtschaft der Universität Karlsruhe und Lehrbeauftragter an der BA Karlsruhe. Er beschäftigt sich u. a. mit der Modellierung von Kreditrisiken, Operational Risk und Risikomanagement in Energiemärkten.

Autor
Dr. Rafal Weron

ist Assistant Professor am Institut für Mathematik der Technischen Universität Breslau. Seine Forschungsgebiete sind Finanzmathematik und stochastische Modelle im Risikomanagement. Er ist als Berater für verschiedene Banken und Energiegesellschaften tätig.

Der folgende Beitrag entstand unter Mitarbeit von Matthias Dilthey im Rahmen dessen Diplomarbeit am Lehrstuhl für Statistik, Ökonometrie und mathematische Finanzwirtschaft der Universität Karlsruhe.

Nachdem der erste Teil der Serie [siehe RISKNEWS 03/2004, S. 64-69] eine Einführung in den Stromhandel in Deutschland gab und Besonderheiten im Preisverhalten auf Strommärkten (wie etwa Saisonalitäten, hohe Volatilitäten, Mean-Reversion-Verhalten) erläutert wurden, werden im zweiten Teil Möglichkeiten der Modellierung von Strompreisen vorgestellt.

Um als Stromhändler ein adäquates Risikomanagement durchführen zu können, ist es notwendig, das Preisverhalten an Strombörsen angemessen zu beschreiben. Da Strompreise Eigenschaften besitzen, die andere Güter auf Finanzmärkten nicht aufweisen, können die klassischen Modelle aus der Finanzwirtschaft teilweise nicht angewendet bzw. müssen angepasst werden. Der Schwerpunkt dieses Beitrags liegt daher bei der Berücksichtigung von Saisonalitäten sowie der stochastischen Modellierung von Strompreisen. Der abschließende dritte Teil [siehe RISKNEWS 05/2004] erläutert dann verfeinerte Methoden der Modellierung sowie Ansätze des Risikomanagements in Energiemärkten.

Die Modellierung von Saisonalitäten

Im Gegensatz zu anderen an Börsen gehandelten Assets (z. B. Aktien) unterliegen Strompreise durch ihre Abhängigkeit von der Nachfrage saisonalen Schwankungen, wie etwa Tages-, Wochen- oder Monatsmustern. Bevor es daher möglich ist, die stochastische Komponente in den Preisen zu modellieren, sollten alle deterministischen bzw. vorhersagbaren Komponenten wie Saisonalitäten oder Trends entfernt werden. Ansonsten fließen bei der Schätzung von stochastischen Modellen auch deterministische Komponenten mit ein, was zu einer Verzerrung der Schätzer führt.

Man unterteilt daher zunächst den am Spotmarkt beobachtbaren „System Price" P_t in einen deterministischen Teil $f(t)$, welcher alle saisonalen Komponenten beinhalten soll, sowie eine rein stochastische Komponente S_t. Man erhält den folgenden Zusammenhang für Systempreis, deterministische und stochastische Komponente von Strompreisen:

$$P_t = f(t) + S_t.$$

Der Terminus Spotpreis bezieht sich daher häufig auch nicht auf den letztendlich am Markt beobachtbaren Preis, sondern lediglich auf die stochastische Komponente in den Preisen, also auf

$$S_t = P_t - f(t).$$

Saisonalitäten in Strompreisen

Wie bereits im ersten Teil der Serie gezeigt wurde, spielen saisonale Muster eine entscheidende Rolle im Verhalten von Strompreisen – die wichtigsten Komponenten sind hierbei typische Tages-, Wochen- oder auch Jahresmuster bzw. längerfristige Trends.

Die beobachtbaren Tages- und Wochenmuster lassen sich weitgehend auf den in Echtzeit stattfindenden Ausgleich von Angebot und Nachfrage und die zyklische Aktivität der meisten

EEX = European Energy Exchange: Die Energiebörse Deutschlands mit Sitz in Leipzig. Vorausgegangen waren die LPX Leipzig Power Exchange mit Sitz in Leipzig und die European Energy Exchange mit Sitz in Frankfurt, die im Jahr 2002 zusammengelegt wurden.

Firmenkunden erklären. Jahresmuster sind durch wechselnde klimatische Bedingungen wie z. B. Temperaturen oder Tageslicht bedingt, welche die Nachfrage nach Elektrizität und daher auch das Preisverhalten beeinflussen. In unterschiedlichen Märkten bzw. aufgrund verschiedener geographischer Gegebenheiten können völlig unterschiedliche saisonale Muster vorherrschen. So ist in Deutschland vor allem während der Wintermonate ein erhöhtes Preisniveau zu beobachten, während in einigen Regionen der USA aufgrund des verstärkten Einsatzes von Klimaanlagen die Preisspitzen vor allem im Sommer auftreten.

Im Folgenden werden nun zwei der wichtigsten Ansätze zur Berücksichtigung von Saisonalitäten vorgestellt – konstante und sinusförmige Saisonkomponenten.

Konstante Saisonkomponenten

Konstante Saisonkomponenten (constant step functions) bestehen aus Dummy-Variablen für alle saisonalen Einflüsse. Letztendlich wird für jeden relevanten deterministischen Faktor, der einen Erklärungsbeitrag für die beobachteten Preise liefert, eine Dummy-Variable definiert. Schwartz et al. (2002) verwenden beispielsweise Dummy-Variablen für Wochentage, Feiertage sowie für die verschiedene Monate:

$$f(t) = a + bD_t + \sum_{i=2}^{12} b_i M_{it}$$

wobei gilt:

$$D_t = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Beobachtung } t \text{ an einem Feiertag/Wochenende gemacht wurde} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$M_{it} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Beobachtung } t \text{ im } i\text{-ten Kalendermonat gemacht wurde} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

für $i = 2,\ldots,12$ mit konstanten Parametern a, b, b_i.

In diesem Modell berücksichtigt also der Parameter b die Änderungen im Preisniveau, sofern die Beobachtung an einem Wochenende oder Feiertag gemacht wurde, während b_i den saisonalen Einfluss der verschiedenen Monate eines Jahres abbildet. Für den Monat Januar wurde keine Dummy-Variable definiert, da dieser Monat als Basispreisniveau vereinbart wurde.

Selbstverständlich lassen sich beliebig viele weitere Dummy-Variablen hinzufügen, sofern zusätzliche Faktoren (z. B. Stundeneffekte im Verlauf eines Tages etc.) als relevant für die deterministische Erklärung von saisonalem Verhalten der Preise angesehen werden. Die Schätzung aller Parameter geschieht dann simultan über nichtlineare Kleinst-Quadrat-Ansätze. Die Abb. 1 und 2 zeigen die für die EEX für den Zeitraum 01.01.-31.12.2002 erhaltenen Wochen- bzw. Jahresmuster.

Abb. 1: Tages-Saisonkomponente für die Strombörse EEX in den Jahren 2001-2002

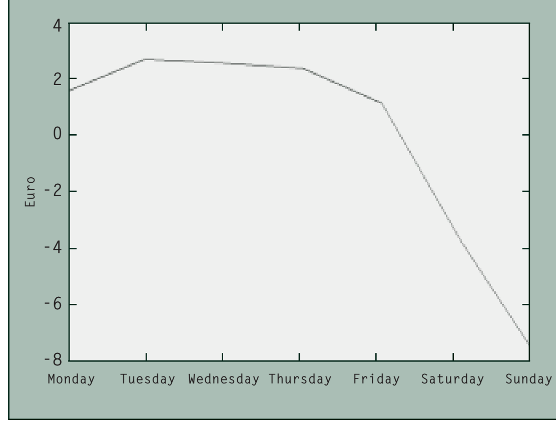
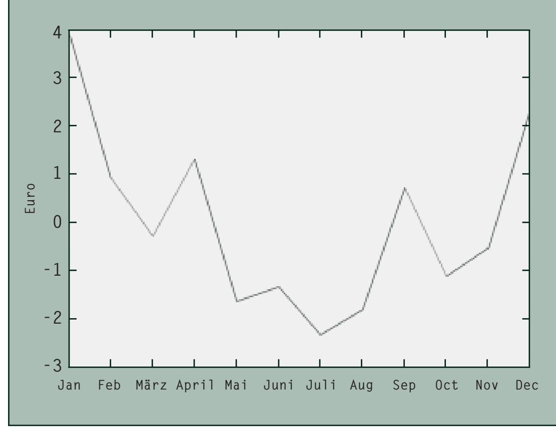


Abb. 2: Monats-Saisonkomponente für die Strombörse EEX in den Jahren 2001-2002



Sinusförmige Funktionen

Ein anderer Ansatz zur Bereinigung von saisonalen Mustern sind sinusförmige bzw. zyklische Funktionen. Die zyklische Komponente ist meist intuitiv einsichtig, kann aber über verschiedene geographische Regionen aufgrund unterschiedlicher klimatischer Gegebenheiten stark variieren. Schwartz et al (2002) schlagen zur Modellierung von $f(t)$ eine cosinusförmige Funktion der Gestalt

$$f(t) = a + bD_t + c \cdot \cos\left((t+\tau)\frac{2\pi}{365}\right)$$

vor, wobei wiederum D_t als Feiertags- bzw. Wochenend-Dummy-Variable definiert wird. Pilipovic (1997) schlägt eine ähnliche Funktion mit einer zusätzlichen halbjährlichen Komponente vor. Bierbrauer et al. (2004) wiederum verwenden zur Modellierung des jährlichen Zyklus eine sinusförmige Funktion. Als weitere Ansätze zur Erkennung zyklischer Muster lassen sich auch die Spektralanalyse oder Wavelet Decomposition [siehe z. B. Weron 2004] verwenden. An dieser Stelle sei aber auf die weiterführende Literatur verwiesen.

Trends

Auf einigen Elektrizitätsmärkten konnte man in den vergangenen Jahren ein steigendes Preisniveau beobachten. Ein solcher Trend muss dann zusätzlich zu anderen Saisonalitäten berücksichtigt werden. Die einfachste Methode, längerfristige Trends zu beseitigen, ist die Addition einer linearen Funktion der Form $m \cdot t$ zu $f(t)$, so dass man z. B. ein Modell der Form

$$f(t) = a + bD_t + \sum_{i=2}^{12} b_i M_{it} + m \cdot t$$

erhält. Dieser Ansatz lässt sich selbstverständlich auch auf sinusförmige Funktionen anwenden. So verwenden Weron et al (2004) zur Modellierung des jährlichen Zyklus eine sinusförmige Funktion mit zusätzlichem linearem Trend der Gestalt

$$f(t) = a \cdot \sin((2\pi/365)(t+B)) + c \cdot t$$

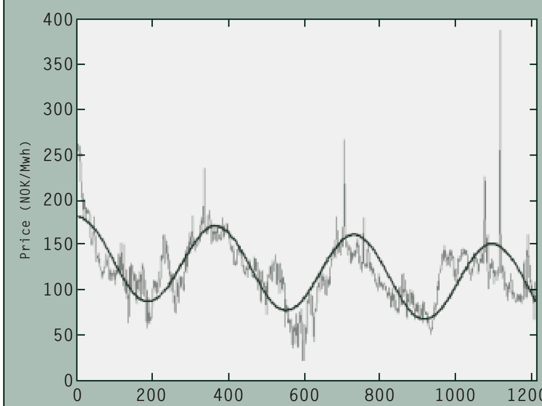
und erzielen damit sehr gute Ergebnisse auf der Basis von Daten der norwegischen Strombörse (vgl. Abb. 3). Für die deutsche Strombörse EEX konnte allerdings in den letzten Jahren keine signifikante Erhöhung bzw. Senkung des Preisniveaus festgestellt werden, die sich mit einer Trendkomponente modellieren ließe.

Nach Bereinigung der Daten der Zeitreihen um auftretende Saisonalitäten bzw. Trends sollte die verbleibende Komponente den „zufälligen" bzw. stochastischen Anteil der Preispfade wiedergeben.

Stochastische Prozesse zur Spotpreismodellierung

Wie bereits erwähnt, weisen Spotpreise an Strommärkten ein deutlich anderes Verhalten als etwa Aktienkurse auf. Hervorzuheben sind hier vor allem die Mean-Reversion-Eigenschaft sowie häufig auftretende Sprünge in den Preisen bzw. kurze Phasen mit sehr hoher Volatilität. Daher sind die klassischen Modelle aus der Finanzmathematik anzupassen, bevor Sie zur Beschreibung

Abb. 3: Modellierung des jährlichen Zyklus inkl. eines langfristigen Trends 1997 – 2002



des Verhaltens von Strompreisen verwendet werden können. Andernfalls könnte das Risiko für die Marktteilnehmer unterschätzt werden.

Die geometrisch Brownsche Bewegung

Nachdem Methoden illustriert wurden, die Saisonalitäten und langfristige Trends aus den Daten beseitigen können, werden im Folgenden die bereits desaisonalisierten Preise betrachtet, d. h. es wird unterstellt, dass alle saisonalen Schwankungen – soweit möglich – bereits bereinigt wurden. Es geht daher also nur noch um die Modellierung der stochastischen Komponente S_t.

Seit der Pionierarbeit von Louis Bachelier (1900) stellt die folgende stochastische Differentialgleichung den Standardansatz bei der Modellierung von kontinuierlichen Preisprozessen dar:

$$dS_t = \mu(S,t)dt + \sigma(S,t)dB_t$$

wobei $\mu(S,t)$ der Driftkomponente, $\sigma(S,t)$ der Volatilität und dB_t einer Standard Brownschen Bewegung entsprechen.

Die geometrisch Brownsche Bewegung (GBM) ist der wohl bekannteste Vertreter aus dieser Familie der Diffusionsprozesse. Mit $\mu(S,t) = \mu S_t$ und $\sigma(s,t) = \sigma S_t$ erhält man

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t.$$

Die GBM wurde durch Samuelson (1965) in das Finanzwesen eingeführt. Es ist das Standardverfahren zur Modellierung von Aktienpreisprozessen und unter anderem die Basis für die Black-Scholes-Formel zur Optionspreisbewertung.

Mean-Reversion-Eigenschaft: Viele Preise streben langfristig ihrem Mittelwert (arithmetisches Mittel) zu (Mittelwertannäherung). Je länger die Laufzeit einer Option ist, desto geringer wird die implizite Volatilität.

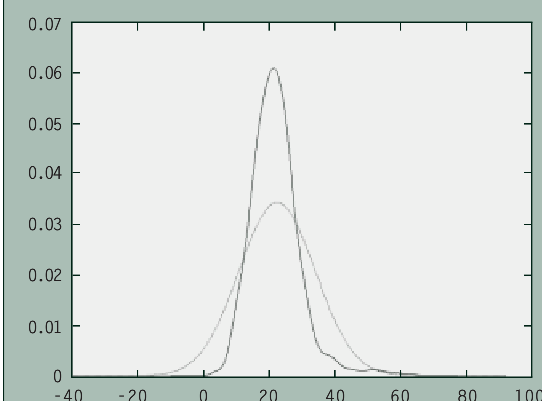
Brownsche Bewegung: Bezeichnung für die thermisch getriebene Eigenbewegung der Moleküle, die vom schottischen Botaniker Robert Brown im Jahr 1827 entdeckt wurde.

Trotzdem haben viele empirische Arbeiten gezeigt, dass die GBM für die Modellierung von Strompreisen nur bedingt geeignet ist [vgl. etwa Johnson/Barz 1999]. Strompreise weisen starke Preisspitzen und hohe Werte für Schiefe und Kurtosis auf, was mit den normalverteilten Zuwächsen der GBM nicht ausreichend berücksichtigt oder modelliert werden kann. Dies verdeutlicht z. B. auch Abb. 4, bei der die in den Jahren 2002-2003 empirisch an der Strombörse beobachteten Returns gegen deren Anpassung mit einer Normalverteilung geplottet wurden. Man sieht deutlich, dass der Fit der Normalverteilung keineswegs optimal ist, so wird vor allem die Kurtosis, aber auch die Wahrscheinlichkeit für extreme Preissprünge deutlich unterschätzt. Weiterhin hat die GBM die Eigenschaft, dass die

Kurtosis: Maß für die Art der Verteilung an den Rändern (Seiten). Verteilungen mit stark ausgeprägten Rändern werden „leptokurtic" genannt, Verteilungen mit wenig ausgeprägten Seiten heißen „platykurtic", eine Verteilung, die dieselbe Kurtosis wie die Normalverteilung aufweist, wird „mesokurtic" genannt.

Spikes: Spitzen basierend auf Ausschlägen etwa im Bereich der Strompreise.

Abb. 4: EEX-Tagesreturns empirisch und Anpassung mit einer Normalverteilung



Varianz linear mit der Zeit anwächst und kein langfristiger Mittelwert der Preise existiert. Wie in Teil I der Serie gezeigt wurde, weisen Strompreise jedoch häufig Schwankungen um ein mittleres Preisniveau auf und auch ein Anstieg der Varianz mit der Zeit ist nicht empirisch zu beobachten. Im Folgenden werden daher Modelle vorgestellt, die solche Besonderheiten von Strompreisen berücksichtigen.

Mean-Reversion Prozesse

Ein kontinuierlicher geometrischer Mean-Reverting-Prozess für S_t genügt der stochastischen Differentialgleichung:

$$dS_t = \alpha(\mu - S_t)dt + \sigma S_t dB_t.$$

Eine solche Gleichung wird häufig auch als so genannter Ornstein-Uhlenbeck-Prozess bezeichnet, wobei α die so genannte „speed of reversion" bezeichnet, also die Geschwindigkeit, mit der sich der Prozess wieder auf das durchschnittliche Preisniveau μ zu bewegt, bzw. α wiederum die Volatilität der Preise. Mean-Reversion bedeutet, dass die Driftgröße negativ bzw. positiv ist, wenn der Spotpreis höher bzw. niedriger als der Mittelwert des durchschnittlichen Preisniveaus ist. Es wird also angenommen, dass die Preise um den langfristigen Mittelwert μ schwanken. Dieser Modelltyp wurde ursprünglich von Vasicek (1977) aufgestellt, um die Dynamik von Zinsraten zu beschreiben.

Mean-Reverting-Prozesse sind besser als die GBM dazu geeignet, Elektrizitätspreise zu beschreiben. Obwohl die Mean-Reverting-Spezifikation gut für Wirtschaftsgüter wie Öl und Gas funktioniert [vgl. Pindyck 1999], arbeiten reine Mean-Reversion-Modelle in Verbindung mit den Strompreisen wesentlich schlechter. Dies kommt nicht zuletzt durch weitere Besonderheiten wie Preissprünge und -spitzen zustande, welche in einem solchen Modell noch nicht berücksichtigt werden.

Die Anpassung eines reinen Mean-Reversion-Modells auf empirische Strompreise führt zu Schätzern mit unrealistisch hoher Volatilität und zu hoher Mean-Reversion-Geschwindigkeit. Die Erklärung hierfür liegt auf der Hand: werden Preissprünge oder Spikes nicht als solche charakterisiert, fließen sie als normale Datenpunkte in die Schätzung mit ein und führen zu sehr hohen Volatilitäten im Modell. Weiterhin kehren die Preise nach einem – z. B. durch die Störung eines Kraftwerks verursachten – Preis-Spike wieder sofort auf ihr ursprüngliches Niveau zurück, was vom Modell lediglich durch eine sehr hohe „reversion speed" berücksichtigt werden kann. Die Mean-Reversion-Modelle können aber dennoch als entscheidender Bestandteil der Modellierung von Dynamiken von Elektrizitätspreisen angesehen werden [vgl. z. B. Pilipovic 1998 oder de Jong/Huisman 2001]. Im folgenden Abschnitt werden nun Möglichkeiten zur zusätzlichen Berücksichtigung von Preis-Spikes vorgestellt.

Jump-Diffusion Modelle

Um zusätzlich auftretende Preissprünge in einem Modell zu berücksichtigen, muss dem Mean-Reversion-Prozess eine Sprungkomponente hinzufügt werden. Dadurch erhält man einen so genannten Jump-Diffusion-Prozess. Eine beliebte Methode, um Preissprünge in einem Modell zu berücksichtigen, ist es, der stochastischen Differentialgleichung zusätzlich einen Poisson-Prozess hinzuzufügen:

$$dS_t = dX_t + q dN_t$$

wobei dX_t einen stochastischen Prozess, wie er in den vorhergehenden Abschnitten beschrieben wurde (also z. B. eine GBM oder einen Mean-Reversion Prozess) darstellt und $q dN_t$ den Sprungprozess. Kurzlebige extreme Sprünge können mit der Sprungkomponente $q dN_t$ berücksichtigt werden, wobei q die Sprunggröße und dN_t die Anzahl der Sprünge innerhalb einer bestimmten Zeitperiode bezeichnet. Für die Sprunggröße q nimmt man normalerweise eine Log-Normal- bzw. eine Normalverteilung an. Zusammen bildet $q dN_t$ dann einen so genannten „compound Poisson-Prozess“, wobei für die Anzahl der Sprünge in einem Zeitintervall noch die Intensitätsrate κ geschätzt werden muss.

Diese Klasse von Modellen mit einer Sprungkomponente wird bereits seit der Pionierarbeit von Merton (1976) auch für Anwendungen in der Finanzwirtschaft genutzt. Merton benutzte allerdings eine GBM für den stochastischen Prozess dX_t, wobei in den meisten vorgeschlagenen Modellen für Elektrizitätspreise eher eine Mean-Reversion-Bewegung verwendet wird, also insgesamt ein Prozess der Gestalt

$$dS_t = \alpha(\mu - S_t)dt + \sigma S_t dB_t + q dN_t$$

zur Anwendung kommt. Die Popularität solcher Modelle in Energiemärkten ist auf die besondere Beschaffenheit der Waren zurückzuführen. Jump-Diffusion-Prozesse stellen die Preissprünge der Strompreis-Verteilung besser dar als reine Diffusionsmodelle ohne Sprungkomponente. Die Trennung des Mean-Reverting-Teils vom Sprungprozess ist die wesentliche Verbesserung im Vergleich zu reinen Mean-Reverting-Modellen.

Dennoch gibt es auch bei solchen Modellen Nachteile. Aufgrund der Tatsache, dass Strompreise im Gegensatz zu Aktienkursen normalerweise kurz nach auftretenden Preisspitzen auf das ursprüngliche Preisniveau zurückfallen, sind die Jump-Diffusion-Modelle zur Darstellung dieses Sachverhalts nicht geeignet. Wird ein Sprung durch einen Poisson-Prozess dN_t ausgelöst, ist in solch einem Modell der Mean-Reversion-Prozess dafür verantwortlich, diesen wieder auf das normale Level zu senken. Dies kann aber zu einer fehlerhaften Schätzung des eigentlichen Mean-Reversion-Prozess führen, z. B. zu einer überbewerteten Anpassungsgeschwindigkeit α. Weron et al (2004) begegnen diesem Problem mit der Modellanpassung, dass nach einem Sprung des Preisniveaus am nächsten Tag ein sofortiger Sprung in die entgegengesetzte Richtung auf das ursprüngliche Preisniveau zurück erfolgt. Bei einem solchen Ansatz besteht aber die Schwierigkeit, ab wann eine größere Preisänderung als Sprung bzw. noch als „normale“ Preisbewegung des zugrunde liegenden stochastischen Prozesses identifiziert werden kann.

Die im nächsten Teil der Serie [siehe RISKNEWS 05/2004] vorgestellten Regime-Switching-Modelle umgehen diese Schwierigkeit, indem sie einen Markov-Prozess verwenden, der den Übergang zwischen normalem Preisniveau und Phasen höheren Preisniveaus bzw. höherer Volatilität regelt.

Merton: Professor an der Harvard Business School. Er erhielt 1997 zusammen mit M. S. Scholes den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften für eine neue Methode zur Berechnung des Wertes von Aktienoptionen.

Fazit

Die hier vorgestellten deterministischen sowie stochastischen Modelle sind die in der Lage, die Besonderheiten von Strompreisen zu berücksichtigen. Es wurde klar, dass die Ware Strom aufgrund ihrer speziellen Eigenschaften nicht ohne weiteres mit anderen Assets aus dem Bereich der Finanzwirtschaft zu vergleichen ist. Entsprechende Anpassungen ermöglichen jedoch zumindest weitgehend eine Modellierung der wichtigsten Eigenschaften. Im letzten Teil der Serie werden noch fortgeschrittene Methoden der Modellierung von Strompreisen vorgestellt, sowie das Energie-Risikomanagement mit Derivaten bzw. Value-at-Risk-Ansätzen erläutert. ■

Quellenverzeichnis und weiterführende Literaturhinweise: Bierbrauer, M.; Trück, S; Weron, R.: Modelling electricity prices with regime switching models, accepted for Publication in Springer Lecture Notes in Computer Sciences 06/2004 / Bhanot, K.: Behavior of power prices: implications for the valuation and hedging of financial contracts, Journal of Risk 2000 / Clewlow, L.; Strickland, C.: Energy Derivatives: Pricing and Risk Management, Lacima 2000 / de Jong, C.; Huisman, R.: Option formulas for mean-reverting power prices with spikes, 2002 / Escribano, A.; Pena, J.; Villaplana, P.: Modelling electricity prices: international evidence 2002 / Jaillet, P.; Ronn, E.; Tompaidis, S.: Modeling Energy Prices and Pricing and Hedging Derivatives Securities 1998 / Johnson, B.; Barz, G.: Selecting stochastic processes for modelling electricity prices, Energy Modeling and the Management of Uncertainty 1999 / Pilipovic, D.: Energy Risk – Valuing and Managing Energy Derivatives, McGraw Hill 1998 / Schwartz, E.; Lucia, J.: Electricity prices and power derivatives: Evidence from the nordic power exchange, Review of Derivatives Research 2002 / Trück, S.; Deidersen, J.: Energy Price Dynamics – Quantitative Studies and Stochastic Processes, Technical Report at Institute of Statistics and Mathematical Economics, University of Karlsruhe 12/2002 / Wengler, J.: Managing Energy Risk – a nontechnical guide to markets and trading, PennWell Publishing Company 2001 / Weron, R.: Energy Price Risk Management, Physica A 285 2000 / Weron, R.; Bierbrauer, M.; Trück, S.: Modelling electricity prices: jump diffusion and regime switchin, in Physica A, 336, p. 39-48, Elsevier 2004.