Strategic Risk and Cost Adjusted Pricing

Ein Beitrag von Uwe Wehrspohn

Eine der wesentlichsten Komponenten für das Management der Kreditrisiken einzelner Kunden ist das korrekte kosten- und risikoadäquate Pricing neu abgeschlossener Geschäfte auf dem Hintergrund der Ertragsziele einer Bank.

In diesem Beitrag leiten wir Preisformeln für Fixed Rate Bonds, d.h. für Zerobonds, Straight Bonds (endfällige Darlehen) und Amortizing Bonds (Tilgungsdarlehen) und für europäische Optionen her, die die exakte Cash Flow Struktur der Produkte abbilden und Refinanzierungskosten, Risikokosten, Eigenkapitalkosten und Stückkosten der Produktion berücksichtigen.

Schließlich zeigen wir, wie die Ergebnisse in die interne Verrechnung eines Finanzinstitutes (Funds Transfer Pricing) integriert werden können.

Sofern der Bankensektor nicht subventioniert wird, müssen alle Kosten der Finanzinstitute letztlich von ihren aktiven Geschäftspartnern getragen werden. Für eine wertorientierte Banksteuerung kommt es bei der Preiskalkulation von Finanzprodukten deshalb insbesondere darauf an, dass alle Kosten- und Ertragskomponenten in die Preisfindung[1] integriert werden, so dass eventuelle voraussehbare Verluste vermieden werden und das Institut seine Ertragsziele erreichen kann.

Im ersten Abschnitt zeigen wir exemplarisch für Fixed Rate Bonds, wie dieses Vorhaben für Kreditprodukte umgesetzt werden kann. Im zweiten Abschnitt erweitern wir die Methodik auf europäische Optionen.

Pricing eines Fixed Rate Bonds

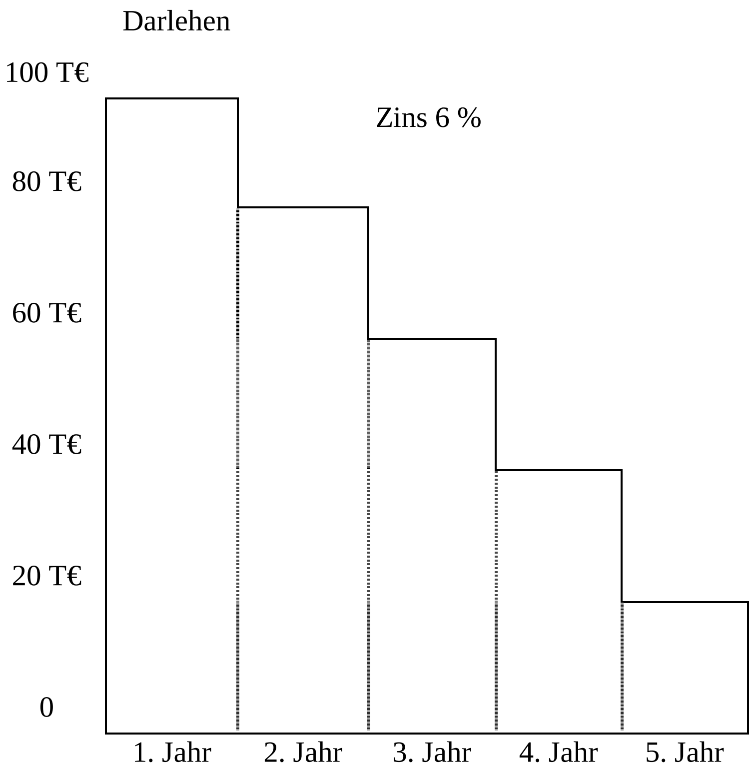
Ein Fixed Rate Bond ist ein festverzinsliches Darlehen mit einer Laufzeit über eine gewisse Anzahl von Perioden. Am Ende jeder Periode leistet der Kreditnehmer die fälligen Zinszahlungen und ggf. eine Amortisationszahlung[2].

---

[1] Auf der Seite http://www.risk-and-evaluation.com/html/Tools_and_Applets.html steht ein Rechner zur Verfügung, in dem alle hier abgeleiteten Formeln implementiert sind.

[2] Die Amortisationszahlung (Tilgung) kann grundsätzlich auch negativ sein. In diesem Fall würde sich das Kreditvolumen um den entsprechenden Betrag erhöhen (Step-Up Bond). Die Ausgestaltung des Fixed Rate Bonds

Als Beispiel nehmen wir ein Darlehen über € 100.000,- mit einer Laufzeit von 5 Jahren, bei dem 5 Annuitäten zum Zins von 6% gezahlt werden zzgl. einer Tilgung von € 20.000,- am Ende eines jeden Jahres. Die Entwicklung des Nominalbetrages dieses Kredites hat die folgende Struktur:



Wir definieren den "fairen" Preis einer Transaktion als den Preis, bei dem die erwarteten Erträge genau die erwarteten Kosten decken. D.h. bei einem Fixed Rate Bond suchen wir den Zinssatz r für den gilt:

Erwartete Erträge (r) = Erwartete Kosten (r).

Die Ertragsseite eines Fixed Rate Bonds umfasst drei Komponenten:

1. Zinszahlungen und

2. Tilgungen, solange der Kredit bedient wird wie vereinbart, bzw. die Recovery im Falle einer Zahlungsunfähigkeit des Kreditnehmers,

3. bei Abschluss des Geschäftes fällige Gebühren.

Die Kostenseite des Bonds besteht demgegenüber aus den Posten:

1. Geldeinkauf (Refinanzierung),

2. Eigenkapitalkosten,

---

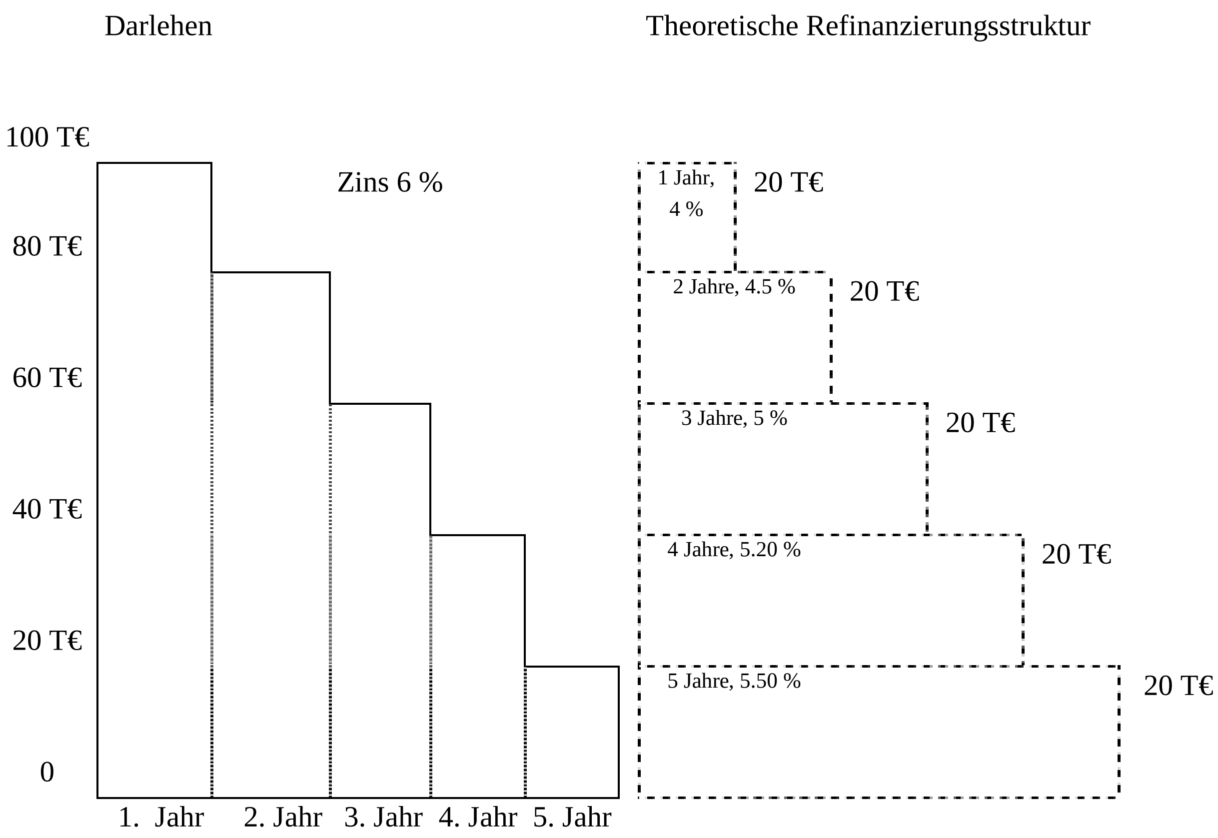
wird häufig dadurch ergänzt, dass der Kreditnehmer Up-Front, d.h. bei Abschluss des Geschäftes, eine Gebühr entrichten oder ein Disagio in Kauf nehmen muss.

3. Ausfallkosten,

4. operative Stückkosten (Bearbeitungskosten, Kosten des Risikomanagements, Kosten der Computersysteme etc.)

Beachte, dass die Bank die Eigenkapitalkosten sozusagen an sich selbst zahlt, da sie Eigentümerin des Eigenkapitals ist. Die hier dargestellte Methodik hat also insofern strategischen Charakter als sie darauf abzielt, den Zins zu bestimmen, zu dem das selbst gesetzte Ziel der Eigenkapitalrendite erreicht wird. Alternativ könnte man den Zins berechnen, unterhalb dessen nicht nur keine Eigenkapitalrendite mehr erzielt wird, sondern operative Verluste erwartet werden. Man erhält ihn aus den unten abgeleiteten Formeln, indem man die geforderte Eigenkapitalunterlegung gleich 0 setzt.

Um zusätzliche Ertrags- und Kosteneffekte durch eine eventuelle Fristentransformation aus dem Zinsstrukturmanagement der Bank, das zunächst nichts mit dem konkreten Darlehen zu tun hat, aus den Berechnungen herauszuhalten, nehmen wir an, der Kredit sei fristenkongruent refinanziert, d.h. die Refinanzierungsstruktur des Kredits sei deckungsgleich mit seiner Amortisationsstruktur. Für unser Beispiel hat damit die Refinanzierungsstruktur folgende Form:



Zusätzlich sind in der Grafik die für das Beispiel angenommenen Refinanzierungssätze der Bank angegeben.

Um die weitere Darstellung zu vereinfachen, definieren wir folgende Notation:

- Sei p_i die Wahrscheinlichkeit, dass der Kunde in Jahr i ausfällt ($i = 1,\dots,n,$) vorausgesetzt, dass er nicht bereits vorher insolvent geworden ist[3]. Für das Beispiel legen wir folgende Werte zugrunde: $p_1 = 1\%$, $p_2 = 1.5\%$, $p_3 = 1.2\%$, $p_4 = 1.8\%$, $p_5 = 1\%$.

- Sei r_i^f der Referenzzins der Bank, zu dem sie selbst einen Straight Bond mit Fälligkeit am Ende von Periode i ($i = 1,\dots,n$) und mit periodischen (im Beispiel jährlichen) Couponzahlungen aufnehmen kann. Für das Beispiel gelte: $r_1^f = 4\%$, $r_2^f = 4.5\%$, $r_3^f = 5\%$, $r_4^f = 5.2\%$, $r_5^f = 5.5\%$.

- Sei r_i^* der risikofreie Zins für einen Zerobond mit Fälligkeit am Ende von Periode i ($i = 1,\dots,n$). Der Einfachheit halber nehmen wir im Beispiel an, es sei $r_i^* = r_i^f$ für $i = 1,\dots,n$.

- Sei c_i das Nominalvolumen des Kredits in Periode i für $i = 1,\dots,n$. Für das Beispiel wurde bereits definiert: $c_1 = 100.000$ €, $c_2 = 80.000$ €, ..., $c_5 = 20.000$ €.

- Sei a_i die Amortisation am Ende von Periode i für $i = 1,\dots,n$. Im Beispiel: $a_i = 20.000$ € für alle i.

- Sei RR die erwartete Recovery Rate des Kunden.

- Sei q der Anteil des jeweiligen Nominalvolumens des Kredites[4], der mit Eigenkapital unterlegt werden muss. Wir nehmen an, q sei konstant über die Zeit[5].

- Sei r^e der von der Bank angestrebte Return on Equity. Wir nehmen an, dass die Bank ihr Eigenkapital langfristig in handelbaren risikofreien Wertpapieren anlegt, um Opportunitätskosten zu vermeiden, wenn der langfristige risikofreie Zins r^* pro Periode höher ist als der Refinanzierungssatz der Bank für eine Periode. Für das Beispiel wählen wir $r^e = 15\%$ und $r^* = 8\%$.

- Seien s_i die erwarteten Stückkosten des Kredits in Periode i für $i = 1,\dots,n,$ wenn der Kredit planmäßig abgewickelt wird, und S_i, wenn in Periode i die Insolvenz des Kreditnehmers eintritt. Im Beispiel setzen wir $s_1 = 500$ € aufgrund hoher anfänglicher Bearbeitungskosten und $s_i = 100$ € für $i = 2,\dots,n$, und $S_i = 2.000$ € für alle i.

- Sei G die vom Kreditnehmer bei Geschäftsabschluss zu zahlende Gebühr. Im Beispiel sei G = 2.000 €.

- Wir nehmen an, der Kreditnehmer könne nur unmittelbar vor einer Zinszahlung insolvent werden, da in diesem Fall aufgrund der aufgelaufenen Zinsen der maximale Verlust eintritt.

Dann definiert der folgende Satz den gesuchten fairen Preis:

---

[3] Wir vernachlässigen die Möglichkeit von Ratingmigrationen und nehmen an, dass ein Kreditnehmer entweder solvent bleibt oder zahlungsunfähig wird. Diese Annahme ist keine Einschränkung der Gültigkeit der Ergebnisse, da Ratingmigrationen, die selbst noch keine Störung der Zahlungsfähigkeit des Kreditnehmers implizieren, ex ante (d.h. bei Geschäftsabschluss) keine Auswirkungen auf den Wert eines festverzinslichen Kredites oder einer europäischen Option haben, da mit dem gegenwärtigen Rating des Kreditnehmers in der Regel die erwarteten Ausfallwahrscheinlichkeiten für zukünftige Perioden bekannt sind. Anders wäre es etwa, wenn der vom Kreditnehmer zu zahlende Zins über einen variablen Aufschlag von seinem aktuellen Rating abhängig gemacht würde.

[4] Nach Grundsatz 1 § 6.1.1. ist das zu unterlegende Eigenkapital ein Bruchteil des Buchwertes des Kredits.

[5] Diese Annahme entspricht dem geltenden Recht und dient darüber hinaus lediglich der Vereinfachung der Darstellung. Sie kann durch Indexierung von q zu q_i leicht fallengelassen werden.

Theorem 1:

Mit den obigen Bezeichnungen ist der faire Preis des Fixed Rate Bonds gegeben als

$$r = \frac{C - A - G}{B}.$$

Hierbei ist G die Kreditgebühr und A, B und C sind definiert als

$$A := \sum_{i=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{i} (1 - p_j) \frac{a_i}{(1 + r_i^*)^i} + \prod_{j=1}^{i-1} (1 - p_j) p_i \cdot RR \cdot c_i \cdot \frac{1}{(1 + r_i^*)^i} \right)$$

$$B := \sum_{i=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{i} (1 - p_j) \frac{c_i}{(1 + r_i^*)^i} + \prod_{j=1}^{i-1} (1 - p_j) p_i \cdot RR \cdot c_i \frac{1}{(1 + r_i^*)^i} \right)$$

$$C := \sum_{i=1}^{n} \left(a_i \cdot q \cdot \left(r^e - \max\left(r^*, r_i^f \right) \right) \cdot \sum_{j=1}^{i} \frac{\prod_{k=1}^{j-1} (1 - p_k)}{(1 + r_j^*)^j} + \sum_{j=1}^{i} \frac{a_i \cdot r_i^f}{(1 + r_j^*)^j} + \frac{a_i}{(1 + r_i^*)^i} \right)$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{i} (1 - p_j) \frac{s_i}{(1 + r_i^*)^i} + \prod_{j=1}^{i-1} (1 - p_j) p_i \frac{S_i}{(1 + r_i^*)^i} \right)$$

Beweis:

Der faire Preis war definiert als der Zins, für den gilt:

Erwartete Erträge (r) = Erwartete Kosten (r).

Wir betrachten zuerst die Ertragsseite[6]:

Zunächst ist die bei Geschäftsabschluss zu zahlende Kreditgebühr G ein sicherer Ertrag der Bank. Wird sie nicht geleistet, wird der Kredit nicht ausbezahlt und das Geschäft platzt.

Am Ende von Periode *i* werden mit Zins- und Tilgungsleistungen zwei Arten von Cash Flows erwartet. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahlungen vorschriftsmäßig geleistet werden, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass der Kunde bisher nicht ausgefallen ist, also $\prod_{j=1}^{i} (1 - p_j)$. Der erwartete Wert dieser Cash Flows in Periode *i* ist also

$$\prod_{j=1}^{i} (1 - p_j)(r \cdot c_i + a_i)$$

---

[6] Wir deuten die Ausfallkosten als durch das Ausfallrisiko bedingte Mindereinnahmen und behandeln sie mit auf der Ertragsseite.

Dieser Betrag hat den Barwert

$$\prod_{j=1}^{i}(1-p_j)\frac{r\cdot c_i+a_i}{(1+r_i^*)^i}$$

Wenn der Kunde demgegenüber in Periode *i* ausfällt, wird ein Exposure in Höhe von Kreditvolumen plus fällige Zinsen in Frage gestellt. Entsprechend der gemachten Annahmen kann hiervon noch der Anteil $RR\cdot c_i\cdot(1+r)$ mit Barwert

$$RR\cdot c_i\frac{1+r}{(1+r_i^*)^i}$$

geborgen werden. Die Wahrscheinlichkeit, das der Kunde genau in Periode i ausfällt, ist $\prod_{j=1}^{i-1}(1-p_j)p_i$.

Damit ist der gesamte erwartete Ertrag aus dem Kredit gegeben durch

$$E(r):=G+\sum_{i=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{i}(1-p_j)\frac{r\cdot c_i+a_i}{(1+r_i^*)^i}+\prod_{j=1}^{i-1}(1-p_j)p_i\cdot RR\cdot c_i\frac{1+r}{(1+r_i^*)^i}\right)$$

Die Kostenseite kann analog entwickelt werden:

Stückkosten: Mit Wahrscheinlichkeit $\prod_{j=1}^{i}(1-p_j)$ läuft der Kredit bis Periode *i* einschließlich planmäßig, so das erwartete Stückkosten mit Barwert

$$\prod_{j=1}^{i}(1-p_j)\frac{s_i}{(1+r_i^*)^i}$$

anfallen. Mit Wahrscheinlichkeit $\prod_{j=1}^{i-1}(1-p_j)p_i$ fällt der Kredit genau in Periode *i* aus und impliziert barwertige erwartete Stückkosten von

$$\prod_{j=1}^{i-1}(1-p_j)p_i\frac{S_i}{(1+r_i^*)^i}.$$

Refinanzierungskosten: Da die Refinanzierung aus Sicht der Bank eine Verbindlichkeit darstellt, unterliegt sie keinem Ausfallrisiko. Wir betrachten jede Schicht der Refinanzierung einzeln. Die Amortisation in Periode i wird refinanziert durch einen Straight Bond mit derselben Fälligkeit und einer Zinsverpflichtung von $a_i\cdot r_i^f$ in den Perioden *j* = 1, ..., *i*. Damit sind die barwertigen erwarteten Refinanzierungskosten inklusive Rückzahlung des Nominals gegeben als

$$a_i \cdot r_i^f \cdot \sum_{j=1}^{i} \frac{1}{\left(1+r_j^*\right)^j} + \frac{a_i}{\left(1+r_i^*\right)^i}$$

Eigenkapitalkosten: Eine Eigenkapitalunterlegung ist nur erforderlich, wenn der Kredit noch nicht ausgefallen ist. Da entweder Refinanzierung durch Eigenkapital ersetzt oder, wenn der langfristige risikofreie Zins niedriger ist als der (kurzfristige) Refinanzierungssatz der Bank für Periode i, das Eigenkapital langfristig angelegt werden kann, muss nur der Überschuss der gewünschten Eigenkapitalverzinsung über die Rendite dieser Anlageformen auf den Kunden umgelegt werden[7]. Die Eigenkapitalkosten für die Refinanzierungsschicht mit Fälligkeit in Periode i belaufen sich also auf

$$a_i \cdot q \cdot \left(r^e - \max\left(r^*, r_i^f\right)\right) \cdot \sum_{j=1}^{i} \frac{\prod_{k=1}^{j-1}(1-p_k)}{\left(1+r_j^*\right)^j}$$

Die gesamte Kostenseite ist damit gegeben als

$$C := \sum_{i=1}^{n} \left(a_i \cdot q \cdot \left(r^e - \max\left(r^*, r_i^f\right)\right) \cdot \sum_{j=1}^{i} \frac{\prod_{k=1}^{j-1}(1-p_k)}{\left(1+r_j^*\right)^j} + \sum_{j=1}^{i} \frac{a_i \cdot r_i^f}{\left(1+r_j^*\right)^j} + \frac{a_i}{\left(1+r_i^*\right)^i} \right)$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{i} (1-p_j) \frac{s_i}{\left(1+r_i^*\right)^i} + \prod_{j=1}^{i-1} (1-p_j) p_i \frac{S_i}{\left(1+r_i^*\right)^i} \right)$$

Beachte, dass die Kostenseite völlig unabhängig ist von dem gesuchten Zins r.

r ergibt sich damit als Lösung der Gleichung

---

[7] Damit wird verhindert, dass der Kreditnehmer doppelt Zinsen zahlt. Er zahlt hier einmal die Refinanzierungskosten der Bank plus den Überschuss der beabsichtigten Eigenkapitalrendite der Bank über den Refinanzierungssatz oder sogar über den langfristigen risikofreien Zins, wenn dieser höher ist, denn in diesem Fall kann ein Teil der Eigenkapitalkosten ohne Risiko auf den Kapitalmarkt abgewälzt werden, so dass man ihn nicht dem Kreditnehmer in Rechnung stellen muss.

$$G+\sum_{i=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{i}(1-p_j)\frac{r\cdot c_i+a_i}{(1+r_i^*)^i}+\prod_{j=1}^{i-1}(1-p_j)p_i\cdot RR\cdot c_i\frac{1+r}{(1+r_i^*)^i}\right)$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\left(a_i\cdot q\cdot\left(r^e-\max\left(r^*,r_i^f\right)\right)\cdot\sum_{j=1}^{i}\frac{\prod_{k=1}^{j-1}(1-p_k)}{(1+r_j^*)^j}+\sum_{j=1}^{i}\frac{a_i\cdot r_i^f}{(1+r_j^*)^j}+\frac{a_i}{(1+r_i^*)^i}\right)$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{i}(1-p_j)\frac{s_i}{(1+r_i^*)^i}+\prod_{j=1}^{i-1}(1-p_j)p_i\frac{S_i}{(1+r_i^*)^i}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow A+G-C+B\cdot r=0 \qquad \square$$

Beachte, dass keinerlei Annahmen über Markteffizienz oder Arbitragemöglichkeiten in die Herleitung des fairen Preises eingeflossen sind. Das Ergebnis kann vielmehr umgekehrt dazu verwendet werden Arbitragemöglichkeiten zu lokalisieren bzw. gegen die Bank zu verhindern und so die Märkte effizienter zu machen.

Im Beispiel liegt der risikofreie (aber kostenadjustierte) faire Zins bei 4,63%. In diesem Fall ist keine Eigenkapitalunterlegung erforderlich.

Bei vorhandenem Ausfallrisiko und verschiedenen Sätzen für die Recovery Rate und die Eigenkapitalunterlegung q sind weitere Resultate

	RR = 90%	**RR = 60%**	**RR = 30%**	**RR = 0**
q = 3%	4,99%	5,39%	5,80%	6,21%
q = 5%	5,13%	5,53%	5,94%	6,35%
q = 8%	5,34%	5,74%	6,15%	6,55%
q = 11%	5,55%	5,96%	6,36%	6,77%

Gleichbedeutend mit den fairen Preis kann man den fairen Spread des Kredits angeben als den Überschuss des risikoadjustierten fairen Zinses über den risikofreien Zins:

	RR = 90%	**RR = 60%**	**RR = 30%**	**RR = 0**
q = 3%	0,36%	0,76%	1,17%	1,58%
q = 5%	0,50%	0,90%	1,31%	1,72%
q = 8%	0,71%	1,11%	1,52%	1,92%
q = 11%	0,92%	1,33%	1,73%	2,14%

Es ist unmittelbar aus den Ergebnissen ersichtlich, dass hohe aufsichtsrechtliche Eigenkapitalunterlegungspflichten bzw. eine schlechte Diversifikation des Bonds im Portfolio bei endogener Bestimmung des Eigenkapitals einerseits und eine geringe erwartete Recovery Rate andererseits den kostendeckenden Preis des Bonds beachtlich in die Höhe treiben können. Dies wird noch deutlicher, wenn wir die Nettogeschäftsmarge (Net Commercial Margin) des Kredits ansehen, also den Überschuss des angenommenen Zinses des Geschäftes bei Abschluss von 6% über den fairen Zins:

	RR = 90%	RR = 60%	RR = 30%	RR = 0
q = 3%	1,01%	0,61%	0,20%	-0,21%
q = 5%	0,87%	0,47%	0,06%	-0,35%
q = 8%	0,66%	0,26%	-0,15%	-0,55%
q = 11%	0,45%	0,04%	-0,36%	-0,77%

Wenn die erwarteten Recoveries niedrig und / oder die Eigenkapitalanforderungen hoch sind, wird die Nettogeschäftsmarge schnell negativ, der Kredit gerät also in die Verlustzone bzw. kann die beabsichtigte Eigenkapitalrendite nicht mehr realisieren, trotz der relativ hohen Kreditgebühr von 2.000 € und der Marge über den risikofreien Zins von 93 Basispunkten. Dieser Befund zeigt auch wie hoch die Bedeutung der Gebühren für die Ertragssituation der Banken sein kann und normalerweise auch ist, denn wenn die Abschlussgebühren gestrichen werden, verändert sich die Nettogeschäftsmarge wie folgt:

	RR = 90%	RR = 60%	RR = 30%	RR = 0
q = 3%	0,25%	-0,15%	-0,56%	-0,97%
q = 5%	0,11%	-0,29%	-0,70%	-1,11%
q = 8%	-0,10%	-0,50%	-0,91%	-1,32%
q = 11%	-0,31%	-0,71%	-1,12%	-1,52%

Hier wird der Ziel-Return on Equity nur noch dann erreicht, wenn die Eigenkapitalanforderungen sehr niedrig und die erwartete Recovery Rate im Falle einer Krise sehr hoch sind[8]. Beachte, dass in dieser Situation die obiger Herleitung auch dazu verwendet werden kann, um zu bestimmen, wie hoch die Kreditgebühren G sein müssen, damit einem Kunden ein vorgegebener fester Geschäftszins r kostendeckend angeboten werden kann, indem die Formel nach G aufgelöst wird:

$$G = C - A - r \cdot B$$

Durch die Definition

- der Differenz zwischen dem tatsächlichen Zins des Geschäftes und dem risikofreien Zins als Bruttogeschäftsmarge (Gross Commercial Margin),
- der Differenz zwischen dem tatsächlichen Zins des Geschäfts und dem risikoadäquaten Zins als Nettogeschäftsmarge (Net Commercial Margin)
- und der Differenz zwischen dem risikoadäquaten und dem risikofreien Zins des Geschäfts als dem fairen Spread

können die Ergebnisse unmittelbar in das Standardkonzept des Funds Transfer Pricing integriert werden.

[8] Auf der Seite http://www.risk-and-evaluation.com/html/Tools_and_Applets.html steht dem Leser ein Rechner zur Verfügung, in dem die genannten Pricing-Regeln implementiert sind, mit dem er den Einfluss der Kostensituation der Bank und der anderen relevanten Faktoren auf das erfolderliche Pricing selbst ausprobieren kann.

Pricing einer europäischen Option

Als zweites Beispiel für die Berechnung einer Kosten- und Risikoprämie betrachten wir europäische Optionen. Bei diesem Produkttyp ist insbesondere die Unterscheidung zwischen Kontrahenten- und Emittentenrisiko von Bedeutung.

Eine Option trägt dann ein Emittentenrisiko, wenn der Emittent des Underlying, von dem die Option abgeleitet ist, selbst ausfallgefährdet ist. Dies ist z.B. bei Aktienoptionen der Fall. Wenn hier die Aktiengesellschaft, auf den Kurs derer Aktien die Option gezeichnet ist, insolvent wird, wird typischerweise die Aktie nahezu wertlos. Put Optionen nehmen in dieser Situation ihren maximalen Wert an, während Call Optionen mit der Aktie an Wert verlieren.

Das Kontrahentenrisiko resultiert demgegenüber aus dem direkten Geschäftspartner, mit dem die Option abgeschlossen wurde, dem Kontrahenten, denn es kann passieren, dass die Option bei Fälligkeit im Geld ist, jedoch nicht ausgezahlt wird, da der Kontrahent insolvent ist.

Die im folgenden abgeleiteten Bewertungsformeln beziehen sich ausschließlich auf die Deckung des Kontrahentenrisikos. Wir gehen hierbei davon aus, dass entweder kein Emittentenrisiko vorliegt, wie etwa bei Optionen auf Aktienindices, Staatsanleihen, Zinssätze, Währungen etc., oder dass das Emittentenrisiko bereits bei der kontrahentenrisikofreien Bewertung der Option berücksichtigt wurde[9]. Darüber hinaus nehmen wir an, dass die Bank selbst die Long Position der Option hält[10] und dass die Entwicklung des Underlyings der Option von dem Ausfallverhalten des Kontrahenten stochastisch unabhängig ist.

Wir definieren folgende Bezeichnungen:

- Sei c der kontrahentenrisikofreie Wert der Option bei gleichzeitiger Vernachlässigung aller Kostenkomponenten. c kann z.B. das Ergebnis einer Black-Scholes-Bewertung oder eines anderen Optionspreismodells sein.
- Sei t = T der Zeitpunkt der Fälligkeit der Option und t = 0 die Gegenwart.
- Sei C der Marktpreis der Option und A ein Add-On auf den Marktpreis, so dass das Exposure (Kreditäquivalent) der Option[11] gegeben ist als C + A.
- Sei r_T^z der der Restlaufzeit der Option entsprechende risikofreie Zins und r_T^f der entsprechende Refinanzierungssatz der Bank.

---

[9] Die klassische Optionsbewertung von Black-Scholes geht z.B. davon aus, dass weder ein Kontrahenten- noch ein Emittentenrisiko vorliegt. Vor allem das Emittentenrisiko ist hier problematisch, da es stark in die mathematische Darstellung der stochastischen Prozesse eingreift, mit denen die Kursentwicklung der Underlyings modelliert wird, und wesentlich kompliziertere Verfahren erfordert als etwa eine geometrische Brown'sche Bewegung oder ähnliches.

Beachte, dass es auch kontrahentenrisikofreie Optionen gibt, wie z.B. alle börsengehandelten Optionen, denn hier tritt die Clearingstelle der Börse in das Geschäft ein, übernimmt das Kontrahentenrisiko und garantiert die korrekte Abwicklung.

[10] Diese Annahme ist nicht wesentlich für das folgende und hat nur veranschaulichenden Charakter.

[11] Nach den Vorschriften des Grundsatzes 1, § 10, ist die für das Ausfallrisiko einer Option erforderliche Eigenkapitalunterlegung ein Prozentsatz ihres Kreditäquivalents, d.h. ihres Marktwertes zzgl. eines Add-Ons für potentielle zukünftige Wertzuwächse der Option aufgrund einer positiven Marktentwicklung.

- Sei p die Ausfallwahrscheinlichkeit des Kontrahenten für den Zeitraum bis zur Fälligkeit der Option.

- Seien *s* die erwarteten Abwicklungskosten der Option bei vertragsgemäßer Erfüllung und *S* die erwarteten Abwicklungskosten bei Insolvenz des Kontrahenten.

Wenn wir annehmen, dass der Marktpreis C der Option gleich ihrem risikoadjustierten Preis c_d ist, dann folgt unmittelbar aus analogen Überlegungen wie oben

Theorem 2:

Der faire Preis c_d der europäischen Option lässt sich schreiben als[12]

$$c_d = \frac{(1-p+p\cdot RR)\cdot(1+r_T^z)^T\cdot c-\left((1+r^e)^T-(1+r^*)^T\right)\cdot q\cdot A-(1-p)\cdot s-p\cdot S}{q\cdot\left((1+r^e)^T-(1+\max(r^*,r_T^f))^T\right)+(1+r_T^f)^T}$$

Denn das Kosten- und Ertragsgleichgewicht ist erfüllt, wenn

$$(1-p+p\cdot RR)\cdot c-\frac{\left(\left((1+r^e)^T-(1+\max(r^*,r_T^f))^T\right)\cdot q+(1+r_T^f)^T\right)\cdot c_d+\left((1+r^e)^T-(1+r^*)^T\right)\cdot q\cdot A+(1-p)\cdot s+p\cdot S}{(1+r_T^z)^T}=0$$

Beachte, dass für eine positive Ausfallwahrscheinlichkeit p > 0 oder Eigenkapitalanforderungen q > 0 oder Stückkosten s,S > 0 oder Refinanzierungssätze r_T^f > 0 der adjustierte Preis c_d strikt kleiner ist als c .

Wenn der tatsächliche Marktpreis C größer ist als c_d, muss die Bank (ex ante) erwarten, dass sie bei einem Kauf die von ihr beabsichtigte Eigenkapitalrendite r^e verfehlt. Ist der tatsächliche Marktpreis niedriger als c_d, kann sie eine höhere Eigenkapitalrendite als r^e erwarten. Die Bank kann umgekehrt die Formel bei geeigneter Auflösung verwenden, um bei gegebenem Marktpreis der Option zu bestimmen, welche Eigenkapitalrendite sich damit erzielen lässt angesichts der bestehenden Kostensituation der Bank und der Bonität des Kontrahenten.

Für amerikanische Optionen unterschätzt diese Formel den risikoadäquaten Preis, da amerikanische Optionen zu jedem beliebigen Zeitpunkt ausgeübt werden können, so dass die effektive Ausfallwahrscheinlichkeit des Kontrahenten eventuell kleiner ist als p und auch die Diskontfaktoren angepasst werden müssten.

Zusammenfassung

Wir haben den kosten- und risikoadjustierten Preis eines Geschäftes als den Preis definiert, für den die erwarteten Erträge gleich den erwarteten Kosten sind und zwei Beispiele gegeben, wie Bewertungsformeln abgeleitet werden können. Hierbei wurden die wesentlichen Ertrags- und Kostenkom-

---

[12] Da die Eigenkapitalunterlegung genaugenommen mit dem Marktpreis der Option und ggf. ihres Underlyings schwankt, müsste an sich über den erwarteten Marktpreis der Option und ihres Underlyings zu jedem einzelnen Zeitpunkt integriert werden. Dies würde aber die Berechnung massiv komplizieren, da dann Annahmen über die stochastischen Prozesse der Wertentwicklung der Option und ihres Underlyings notwendig wären. Wir formulieren deshalb näherungsweise die erfolderliche Eigenkapitalunterlegung als Funktion des gegenwärtigen Marktpreises der Option und des Add-Ons.

ponenten integriert. Die dargestellte Methodik ist von ihrer Architektur her offen. Sie lässt sich direkt auf weitere Finanzprodukte übertragen und an andere Kostenstrukturen anpassen und ermöglicht damit eine konsistente strategische Bewertung ausfallrisikobehafteter Geschäfte als Grundlage einer wertorientierten Banksteuerung.

Kontakt:

Dr. Uwe Wehrspohn

Universität Heidelberg
Alfred Weber Institut
Grabengasse 14
69117 Heidelberg
Tel.: ++49.173.66 18 784

Center for Risk & Evaluation
GmbH & Co. KG
Berwanger Straße 4
75031 Eppingen
Email: wehrspohn@risk-and-evaluation.com

Weitere Unterlagen finden Sie unter http://www.risk-and-evaluation.com.

Literatur:

Grundsatz 1 über die Eigenmittel der Institute – Grundsatz 1, Bekanntmachung Nr. 1/69 vom 20. Januar 1969 (BAnz. Nr. 17 vom 25. Januar 1969), zuletzt geändert durch die Bekanntmachung vom 29. Oktober 1997 (BAnz. S. 13555), Deutsche Bundesbank