

Veröffentlicht in
ZfCM - Zeitschrift für Controlling & Management
Heft 5/2004

**“Die Aggregation von Risiken im Kontext der
Unternehmensplanung“**

Seiten 350-359

Mit freundlicher Genehmigung der
ZfCM-Redaktion, Gabler Verlag / GWV Fachverlage, Wiesbaden
(www.zfcm.de)

Die Aggregation von Risiken im Kontext der Unternehmensplanung

Werner Gleißner

■ Einleitung

Aussagen darüber zu treffen, welcher Risikosituation ein Unternehmen gegenüber steht und welche Auswirkungen dies auf den Unternehmenswert hat, erfordert eine zuverlässige Informationsbasis. Diese Basis wird geschaffen, wenn einzelne Risiken aggregiert werden und daraus z. B. Aussagen über das notwendige risikobedingte Eigenkapital getroffen werden. Als Aggregationsverfahren bietet sich hier die Monte-Carlo-Simulation an, die simultan die Wirkung aller Einzelrisiken auf die Unternehmensplanung (GuV und Bilanz) bestimmt. Die Ergebnisse der Risikoaggregation sind die Informationsgrundlage, um z. B. die Kapitalkostensätze eines Unternehmens oder den Wertbeitrag von Versicherungen berechnen zu können, kurz: die Risikoaggregation schafft die Verbindung von Risikomanagement, Controlling und wertorientierter Unternehmensführung.

■ 1. Die Bedeutung der Risikoaggregation

Im Rahmen des Risikomanagementprozesses eines Unternehmens werden zunächst einzelne Risiken identifiziert und in einem Risikoinventar zusammenge-

fasst. Das Risikoinventar ist eine bereinigte, komprimierte Zusammenfassung aller im Verlauf der Risikoanalyse identifizierten Einzelrisiken eines Unternehmens, bei der insbesondere Doppelzählungen und Überschneidungen eliminiert wurden.

Erforderlich ist anschließend eine quantitative Bewertung und auch eine Aggregation – also Zusammenfassung – aller Risiken. In der Stellungnahme des IDW zum KonTraG (Gesetz zur Kontrolle und Transparenz im Unternehmen von 1998) – IDW PS 340 von 1999 – wird dazu folgendes ausgeführt:

„Die Risikoanalyse beinhaltet eine Beurteilung der Tragweite der erkannten Risiken in bezug auf Eintrittswahrscheinlichkeit und quantitative Auswirkungen. Hierzu gehört auch die Einschätzung, ob Einzelrisiken, die isoliert betrachtet von nachrangiger Bedeutung sind, sich in ihrem Zusammenwirken oder durch Kumulation im Zeitablauf zu einem bestandsgefährdenden Risiko aggregieren können.“

Die ökonomische Bedeutung der Risikoaggregation ist offensichtlich, weil sich alle Risiken letztendlich gemeinsam auf das Eigenkapital (und den Wert) des Unternehmens auswirken. Risikoaggregation ist also nicht nur eine KonTraG-

- Bestimmung des Gesamt-Risikoumfangs mittels Risikoaggregation
- Beurteilung der Planungssicherheit im Controlling
- fundierte Beurteilung des angemessenen Ratings und des Eigenkapitalbedarfs
- Ableitung von Kapitalkostensätzen (Diskontierungszinssätzen) bei Investitionsentscheidungen und
- Abwägen von Chancen und Gefahren (Risiken) bei unternehmerischen Entscheidungen

Anforderung, sondern vor allem eine Realität, auf die jedes sinnvolle Verfahren der Risikoanalyse und Risikobewertung Rücksicht nehmen sollte. Von besonderer praktischer Bedeutung ist dabei die Kenntnis, welche Einzelrisiken (z. B. externen Störungen) maßgeblich die Gesamtrisikoposition beeinflussen. Mit dem Aufzeigen der relativen Bedeutung einzelner Risiken (Sensitivitätsbetrachtung) wird die Basis für gezielte und klar priorisierte Risikobewältigungsmaßnahmen gelegt.



Dr. Werner Gleißner
Geschäftsführer der RMCE RiskCon GmbH & Co. KG und Vorstand der FutureValue Group AG,
Leinfelden-Echterdingen

Kontakt:
info@rmce.de, www.rmce.de;
info@FutureValue.de,
www.FutureValue.de

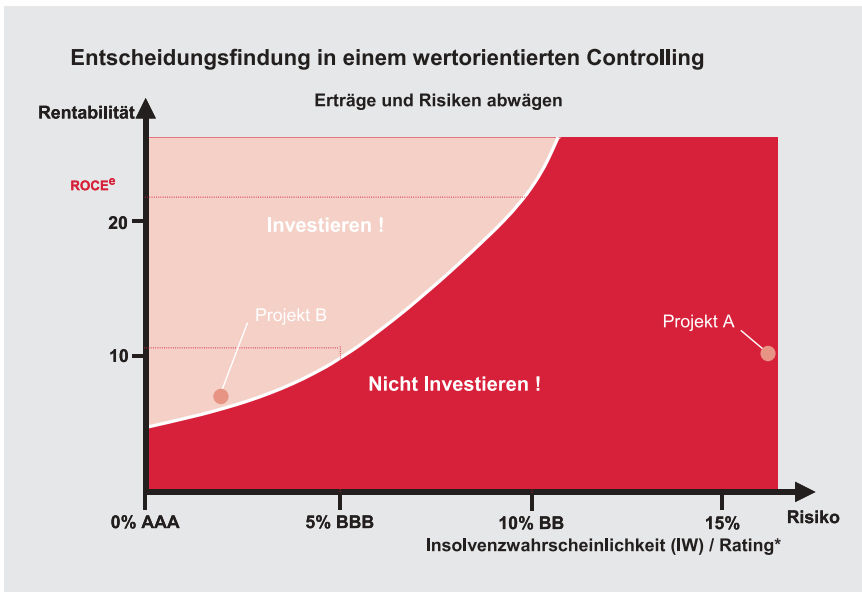


Abbildung 1: Abwägen von Erträgen und Risiken in einem Portfolio

Die Implementierung von Methoden für die Risikoaggregation stellt eine grundlegende Weiterentwicklung des Instrumentariums im Controlling dar. Das Controlling erhält die Fähigkeit, den Gesamtrisiko-Umfang eines Unternehmens oder Projektes einzuschätzen, was letztlich ein Abwägen erwarteter Erträge und der damit verbundenen Risiken ermöglicht. Die traditionelle Unternehmensplanung wird zu einer „stochastischen Planung“, die Transparenz über den Grad der Planungssicherheit schafft. Das Controlling entwickelt damit insgesamt die Fähigkeit weiter, die für unternehmerische Entscheidungen so wesentlichen Risiken in ihrer Gesamtheit zu analysieren und zu steuern. Risiken sind nämlich aus Perspektive des Controllings nichts anderes als die Ursachen für mögliche Planabweichungen, die eine unvermeidbare Herausforderung jedes Controlling-Systems darstellen.

Da jedoch die so wichtige Aggregation von Einzelrisiken methodisch relativ schwierig ist (man kann Risiken – anders als z. B. Umsätze und Kosten – offensichtlich nicht einfach addieren), wird sie in der Praxis des Risikomanagements oft vernachlässigt. Das Fehlen einer Risikoaggregation hat weitreichende Folgen.

Wenn es nicht möglich ist, den Eigenkapitalbedarf eines Unternehmens zu bestimmen, können auch keine risikorechten Kapitalkostensätze hergeleitet werden, die im Rahmen einer wertorientierten Unternehmensführung eine entscheidende Bedeutung haben. Risikomanagementsysteme sind eigentlich – ähnlich wie die Balanced Scorecards auf Seite des strategischen Managements – eine wesentliche Säule einer wertorientierten Unternehmensführung, die auf Grund methodischer Unzulänglichkeit aber momentan noch nicht ausreichend entwickelt ist.

Die Risikoaggregation ist also insbesondere Voraussetzung für fundierte Aussagen zu folgenden Themen:

- Gesamtrisikoumfang (z. B. risikobedingte „Streuungsbreite“ des Gewinns)
 - Eigenkapitalbedarf (auch getrennt nach Geschäftseinheiten)
 - (risikoabhängiger) Kapitalkostensatz (vgl. Kapitel 5)
 - Beurteilung der Planungssicherheit
- Nachfolgend ist daher ein wirksames und bewährtes Verfahren zur Aggregation von Risiken dargestellt: Die Monte-Carlo-Simulation im Kontext der Planung, um anschließend die Anwendung dieser Verfahren an einem Fallbeispiel zu beleuchten.

2. Die Messung von Risiken – einige Grundbegriffe

2.1 Unsicherheit, Risiko und Ungewissheit

Planungen beziehen sich immer auf die Zukunft. Das entscheidende Problem jeder Planung ist daher die Unsicherheit über die Zukunft. Bei einer Investitionsentscheidung mittels Kapitalwertmethode benötigt man beispielsweise Informationen über zukünftige (freie) Cash-flows. Diese sind aber nicht mit Sicherheit bekannt, weil niemand die Zukunft vorhersehen kann. Es lassen sich grundsätzlich zwei Arten der Unsicherheit unterscheiden (Vgl. zu Entscheidungen unter Ungewissheit und Risiko: Gleißner 2000, S. 226–232):

1. **Risiko:** Bei Entscheidungen unter Risiko sind zwar bestimmte relevante Daten nicht sicher bekannt, aber es ist zumindest bekannt, mit welcher (objektiven oder evtl. auch subjektiven) Wahrscheinlichkeit bestimmte mögliche Umweltzustände eintreten.
2. **Ungewissheit:** Bei Entscheidungen unter Ungewissheit sind zwar die möglichen Umweltzustände bekannt, die Wahrscheinlichkeit des jeweiligen Eintretens aber (zunächst) nicht. (Bei manchen Entscheidungssituationen – z. B. bei erforderlichen technologischen Prognosen – lassen sich nicht einmal mehr die möglichen zukünftigen Zustände vollständig angeben.)

Häufig wird Risiko, unabhängig von den verursachenden Faktoren, als Möglichkeit einer Zielabweichung definiert, was genau genommen den Fall der Ungewissheit mit einschließt:

Risiko ist die aus der Unvorhersehbarkeit der Zukunft resultierende, durch „zufällige“ Störungen verursachte Möglichkeit, von geplanten Zielen abzuweichen.

Diese Risikodefinition ist ein subjektive Betrachtung des Risikos, wenn man von individuell festlegbaren – und damit subjektiven – Zielen ausgeht. Um den Umfang von Risiken objektiv ermitteln zu können, ist ein Konsens über das geplante Ziel unerlässlich. Es bietet sich daher an, als objektive Zielgröße den – bei gegebenen Informationen – bestimmten

Erwartungswert der Zielvariable als Ziel anzusehen. *Risiken sind damit mögliche Abweichungen vom Erwartungswert.* Die Berechnung eines Erwartungswertes setzt historische Daten oder zumindest eine subjektiv abgeschätzte Verteilungsfunktion (bzw. Dichtefunktion) voraus.

2.2 Quantifizierung von Risiken: Verteilungen, Standardabweichung und Value-at-Risk

Um einzelne Risiken quantitativ vergleichen zu können, sollte für alle Risiken ein objektives, einheitlich eingesetztes Bewertungs- oder Messverfahren angewendet werden. Sinnvoll ist es, Risiken zunächst durch eine adäquate Verteilungsfunktion (oder Dichtefunktion) zu beschreiben und den Risikoumfang durch statistische Streuungsmaße (Parameter der Verteilung) – wie die Standardabweichung – zu operationalisieren.

Ergänzend kann man Risiken auch relativ anschaulich mit dem sogenannten Value-at-Risk, eine Art „wahrscheinlicher Höchstschaden“, messen. Der Value-at-Risk (VaR), der sich unmittelbar aus einer Verteilung ableiten lässt, ist dabei definiert als Schadenshöhe, die in einem bestimmten Zeitraum („Halteperiode“, z. B. ein Jahr) mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit („Konfidenzniveau“, z. B. 99 %) nicht überschritten wird. Formal gesehen ist ein VaR die Differenz zwischen dem Erwartungswert und dem Quantil der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Während der Schadenserwartungswert nur Informationen über die „durchschnittliche Ertragsbelastung“ eines Risikos liefert (und damit bei erwartungstreuer Planung 0 ist), berücksichtigt der VaR auch explizit die Konsequenzen einer besonders ungünstigen Entwicklung für das Unternehmen. Zu beachten ist zudem, dass die Standardabweichung nur bei einer Normalverteilung den Risikoumfang alleine beschreibt. Bei anderen Verteilungstypen sind unter Umständen weitere Parameter (z. B. Schiefe oder Wölbung) erforderlich. Oft ist zudem ergänzend auch eine „relative“ Beschreibung des Risiko sinnvoll; z. B. als Quotient von Standardabweichung zum Erwartungswert der Verteilung („Variationskoeffizient“).

Offensichtlich ist es für eine objektive Quantifizierung eines Risikos notwendig, den Erwartungswert möglichst präzise zu bestimmen. Damit wird die erwartete Entwicklung einer Zielvariable von der „unerwarteten, zufälligen Entwicklung“ (der „Zeitreiheninnovation“) – dem eigentlichen Risiko – getrennt. Es ist plausibel, dass die Wirtschaftssubjekte möglichst präzise Erwartungen bezüglich der zukünftigen Realisationen der sie interessierenden Variablen (z. B. Zins, Umsatz oder Gewinn) bilden, um so Risiken – also unerwartete Abweichungen – zu minimieren. Rationale Wirtschaftssubjekte werden diese Erwartungen in ihren Handlungen berücksichtigen. Folglich hängt eine objektive Risikoquantifizierung von der Wahl eines möglichst leistungsfähigen (effizienten, erwartungstreuen) Prognoseverfahrens ab (vgl. Gleißner/Füser 2000 sowie vertiefend Gleißner 1999). Eine unbefriedigende Prognose führt zu einer Überschätzung des Risikos. Für die Berechnung der erwarteten Variablenkomponente benötigt man ein Prognosemodell. Dabei ist eine sogenannte „vollständig rationale Erwartungsbildung“ (vgl. Muth 1961, S. 315–335) die alle verfügbaren Informationen richtig verarbeiten würde zwar als „Denkrahmen“ interessant, aber nur sehr eingeschränkt in der Realität zu erwarten. Plausibler erscheint, dass in der Praxis eher zeitreihenanalytische Verfahren (z. B. ARIMA-Modelle) zur Prognose eingesetzt werden. Bei diesen zeitreihenanalytischen Verfahren werden die zukünftige Realisation einer Variable in Abhängigkeit ihrer eigenen Vergangenheit aufgefasst („autoregressive Erwartungsbildung“, z. B. „gleitende Durchschnitte“ oder ARIMA-Modelle sowie GARCH-Modelle). Besondere praktische Bedeutung haben die ARIMA-Modelle. Dem zeitreihenanalytischen Ansatz von Box/Jenkins (1968) folgend, lässt sich eine Zufallsvariable y_t als gewichtetes Mittel aus gegenwärtigen und q vergangenen stochastischen Schocks μ_t darstellen (MA(q)-Darstellung). Alternativ zur MA(q)-Darstellung kann man für Zufallsvariablen einer Zeitreihe eine Darstellung als autoregressiven Prozess der Ordnung p (AR(p)-Prozess) wählen. Eine Kombination beider Ansätze sind ARMA (p, q)-Modelle, die so

spezifiziert werden können, dass die Anzahl der zu schätzenden Parameter ($p+q$) minimal wird:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \mu_t + \beta_1 \mu_{t-1} + \beta_2 \mu_{t-2} + \dots + \beta_q \mu_{t-q}$$

Für die Quantifizierung von Risiken es ist also sinnvoll, die Veränderungen von Variablen in eine erwartete und eine unerwartete Komponente, die den Risikoumfang darstellt, zu trennen. Nicht der Umfang der Veränderung einer Variable, sondern nur der Umfang unerwarteter Änderung einer Variable bestimmt das Risiko. Für den Risikoumfang maßgeblich sind demzufolge die Veränderungen, die nicht mittels Zeitreihenanalyse prognostiziert werden können. Alles was vorhersehbar ist, stellt demzufolge kein Risiko mehr dar. Gemäß den bisherigen Ausführungen lässt sich – anders ausgedrückt – das Risiko einer Variable y also nicht einfach durch die Standardabweichungen der Veränderungen dieser Variable quantifizieren, sondern besser durch die Standardabweichung der (zeitreihenanalytisch) nicht vorhersehbaren Veränderungen (Residualien).

3. Traditionelle Verfahren der Risikoanalyse

3.1 Ein Fallbeispiel

Um zu zeigen, dass zur Aggregation von Risiken nur bestimmte Verfahren sinnvoll sind, werden im Folgenden die Konsequenzen verschiedener, häufig angewendeter Methoden der Risikoanalyse und Risikoaggregation sowie deren entscheidende Nachteile dargestellt. Für die Darstellung wird ein stark vereinfachtes Fallbeispiel, die Risikosituation der STUTTGARTER MASCHINEN AG, herangezogen (in Anlehnung an Gleißner/Meier 1999, S. 926–929).

Die Schadensstufen (oder Relevanzwerte) werden dabei meist in Bezug auf das verfügbare Eigenkapital und/oder ein „normalisiertes Betriebsergebnis (EBIT)“ bestimmt. Schadensstufe „5“ wird häufig beginnend ab der Gesamthöhe des Eigenkapitals angesetzt. Schadensstufe 4 zeigt

(a) Eckdaten der STUTTGARTER MASCHINEN AG:

Umsatz:	3,0 Mrd. Euro
davon (deutlich) größter Einzelkunde:	0,6 Mrd. Euro
Übliche Schwankungsbreite des Umsatzes:	4 % (Variationskoeffizient)
Variable Kosten:	50 % des Umsatzes
Erwarteter Gewinn:	0,1 Mio. Euro
Bilanzsumme:	2,0 Mrd. Euro
Eigenkapital:	0,4 Mrd. Euro

(b) Identifizierte (binomialverteilte) Risiken:

Risiko	Wahrscheinlichkeit	Schadenshöhe (Ertrag)
1. Umsatzverlust (insb. durch Großkundenverlust)	5%	300 Mio. Euro
2. Haftpflichtschaden	10%	130 Mio. Euro
3. Zusatzkosten durch Maschinenausfall	25%	80 Mio. Euro

(c) Skala der Risikobewertung:

Schadensstufe		Höhe
1	„gering“	0–10 Mio. Euro
2	„mittel“	10–40 Mio. Euro
3	„hoch“	40–150 Mio. Euro
4	„existenzgefährdend“	150–400 Mio. Euro
5	„tödlich“	≥ 400 Mio. Euro

meist Risiken, die bereits alleine im Falle des Eintretens das Unternehmen in die Verlustzone führen. Die Schadensstufen 3 und 2 werden für Risiken verwendet, die beispielsweise mindestens 25 % bzw. 5 % eines üblichen Betriebsergebnisses ausmachen. Bezugsgröße ist hier – wie erwähnt – ein übliches (gegebenenfalls auch branchendurchschnittliches) Betriebsergebnis, um die Relevanzskala unabhängig von den temporären Ergebnisschwankungen eines Jahres zu machen.

Nachfolgend werden nun basierend auf dieser Ausgangssituation drei „traditionelle“ Risikoanalysemethoden und ihre wesentlichen Probleme dargestellt.

3.2 Risikoanalyse mit Schadensklassen

Bei diesem Verfahren werden Risiken hinsichtlich ihres möglichen Schadens nicht

in Geldeinheiten (bzw. in €) bewertet, sondern nur in „Schadensstufen“ oder „Schadensklassen“ eingeteilt. In unserem Beispiel gibt es die Schadensstufen von „gering“ bis „tödlich“. Bei der Aggregation von Risiken wird gelegentlich mit diesen Schadensklassen weiter gerechnet. Beispielsweise werden zur Betrachtung der Gesamtwirkung zweier Risiken (Aggregation) deren Schadensklassen addiert.

Ergebnis im Fallbeispiel:

1. Das Unternehmen weist ein „existenzgefährdendes“ Einzelrisiko (Schadensstufe = 4) auf, nämlich den möglichen Großkundenverlust.
2. Die Summe der Risiken liegt weit im „tödlichen“ Bereich (Σ Schadensklassen = 4 + 3 + 3 = 10)
3. Auch das gemeinsame Eintreten von „Maschinenausfall“ und „Haftpflichtschaden“ mit einer Summe der Scha-

denklassen von 6 ist alleine schon weit im „tödlichen“ Bereich.

Beurteilung:

Die oben angeführten Ergebnisse 2. und 3. sind beide falsch und resultieren aus einer methodisch fehlerhaften Risikoaggregation. Schadensklassen stellen ordinale Skalen dar und können daher nicht addiert werden. Beispielsweise führt das gemeinsame Eintreten von „Maschinenausfall“ und „Haftpflichtschaden“ mit einem Schaden von 210 Mio. € nur zu einer aggregierten Schadensklasse von „4“ und nicht – wie eine Addition der Schadensklassen vermuten würde – zu einer Schadensklassen von 5 (oder gar 6). Insgesamt ist festzuhalten, dass Schadensklassen nur für eine einfache Beurteilung von Einzelrisiken sinnvoll sind. Eine Aggregation von Risiken, die (nur) mittels Schadensklassen bewertet sind, ist im allgemeinen nicht möglich.

3.3 Risikoanalyse mit Höchstschadenswerten (Worst-case-Analyse)

Bei der „Risikoanalyse mit Höchstschadenswerten“ wird die Bedeutung eines Risikos anhand der maximalen Höhe der möglichen Schäden beurteilt. Teilweise sieht man zudem, dass die Schadenshöhe einzelner Risiken zur Beurteilung des Gesamtumfangs des Risikos eines Unternehmens addiert werden.

Ergebnis im Fallbeispiel:

1. Das Unternehmen ist existenzgefährdet; das Eigenkapital (400 Mio. €) kann die Summe der Schäden aus den betrachteten Risiken, also 510 Mio. €, nicht abdecken.
2. Besondere Beachtung verdient das Risiko „Umsatzverlust/Großkundenverlust“, weil es die höchste Schadenshöhe aufweist.

Beurteilung:

Dieses Verfahren vernachlässigt die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Schadens. Oft ist hier überhaupt nicht klar, welche Eintrittswahrscheinlichkeit ein Risiko hat. Völlig irreführend ist die Addition der Schadenswerte, weil diese Summe eine deutliche Überschätzung der tatsächlichen Risikolage darstellt. Die Summe der Schäden zeigt die Situation, in der alle Risiken im gleichen Jahr wirksam werden,

Risiko	Schadenshöhe (Ertrag)
Umsatzverlust (insb. durch Großkundenverlust)	300 Mio. Euro
Haftpflichtschaden	130 Mio. Euro
Zusatzkosten durch Maschinenausfall	80 Mio. Euro
Summe	510 Mio. Euro

was sehr unwahrscheinlich ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Risiken des Beispiels gleichzeitig – und damit der Schaden von 510 Mio. € eintritt – beträgt lediglich 0,125 %, also $5\% \cdot 10\% \cdot 25\%$ (bei Annahme der Unabhängigkeit der Risiken). Bei einer größeren Zahl von Risiken geht diese Wahrscheinlichkeit gegen Null; der betrachtete Fall (Worst-Case) ist damit praktisch irrelevant.

3.4 Risikoanalyse mit Schadens-Erwartungswert

Die „Risikoanalyse mit Schadenserwartungswert“ berechnet den Schaden, der durchschnittlich innerhalb eines Jahres in Folge eines Risikos zu erwarten ist. Dazu werden Schadenshöhe und Eintrittswahrscheinlichkeit eines Risikos miteinander multipliziert. Grundsätzlich ist dabei zu beachten, dass in Risikoerwartungswerte nur *unerwartete* Faktoren einfließen (Abweichungen vom Erwartungswert) und, dass alle Risiken einheitlich als Erträge bewertet werden (nicht teilweise Umsatz). Als besonders wesentlich werden bei diesem Verfahren Risiken mit einem hohen erwarteten Schaden eingeschätzt.

Ergebnis im Fallbeispiel:

1. Das Unternehmen muss mit einer risikobedingten Ergebnisbelastung von durchschnittlich 48 Mio. € rechnen. Dies kann durch das Eigenkapital problemlos getragen werden; eine Existenzgefährdung ist (scheinbar) nicht gegeben.
2. Besondere Beachtung verdient das Risiko „Zusatzkosten durch Maschinenausfall“, weil es den höchsten Erwartungswert aufweist.

Beurteilung:

Zweifellos ist die Kenntnis des durchschnittlich aus einem Risiko zu erwartenden Schadens – also z. B. der Belastung des Unternehmensergebnisses – eine für betriebliche Entscheidungen wesentliche Information. Anzumerken ist zudem, dass eine erwartungstreue Planung zu einem Erwartungswert der Risiken von „0“ führen würde.

Ein schwerwiegender Schwachpunkt des alleinigen Einsatzes dieses Verfahrens besteht darin, dass man aus dem Erwartungswert nicht mehr ableiten kann, welche Konsequenzen das Eintreten eines Risikos – also des Schadensfalles – hat. Sehr seltene, aber dann schwerwiegende Risiken, werden bei dieser Sichtweise unterschätzt. So lässt sich offensichtlich insbesondere nicht – mehr – erkennen, ob ein Risiko bestandsgefährdende Schäden bewirken kann.

Allerdings ist zu bedenken, dass die üblicherweise angewendete einfache Berechnung des Erwartungswertes als Produkt von Höchstschadenswert und Wahrscheinlichkeit nur korrekt ist, wenn die zugrundeliegende Verteilungsfunktion

des Schadens bestimmte (eigentlich eher seltene) Anforderungen erfüllt. Die Verteilungsfunktion muss eine Binomialverteilung sein, die nur zwei mögliche Zustände zulässt: Schaden tritt nicht ein oder Schaden tritt immer in genau gleicher Höhe ein (digitale Situation). Oder eine andere Verteilungsfunktion, die entsprechend erwartungstreu umgeformt worden ist.

Bei vielen Risiken können sich aber durchaus sehr unterschiedlich große Schäden ergeben. Beim Risiko eines Brandes differieren die Schäden beispielsweise vom „Papierkorb-Brand“ bis zum katastrophalen Großfeuer. Andere Risiken wie Zinsänderungsrisiken oder Nachfrageschwankungen sind eher normalverteilt. Bei solchen komplizierten Schadensverteilungen ist die Berechnung des Schadens-erwartungswertes deutlich komplizierter (vgl. Bley Müller/Gehlert/Gülicher 2002, S. 42 ff.).

4. Risikoaggregation mittels Monte-Carlo-Simulation

4.1 Monte-Carlo-Simulation auf Basis der Unternehmensplanung

Wie die obigen Ausführungen zeigen, sind offensichtlich besser geeignete Verfahren zur Risikoaggregation notwendig. Hier hat sich die Risikosimulation („Monte-Carlo-Simulation“) als am weitesten verbreitetes Verfahren durchgesetzt. (Anmerkung: Bei stärker einschränkenden Verteilungsannahmen (z. B. durchweg nur Normalverteilungen) kommen auch andere Verfahren in Frage, wie z. B. der Varianz-Kovarianz-Ansatz (vgl. Gruber 2001, S. 83–101)). Bei diesem Verfahren

Risiko	Rechnung	Erwartungswert
Umsatzverlust (insb. durch Großkundenverlust)	$5\% \cdot 300 \text{ Mio. Euro}$	15 Mio. Euro
Haftpflichtschaden	$10\% \cdot 130 \text{ Mio. Euro}$	13 Mio. Euro
Zusatzkosten durch Maschinenausfall	$25\% \cdot 80 \text{ Mio. Euro}$	20 Mio. Euro
Summe		48 Mio. Euro

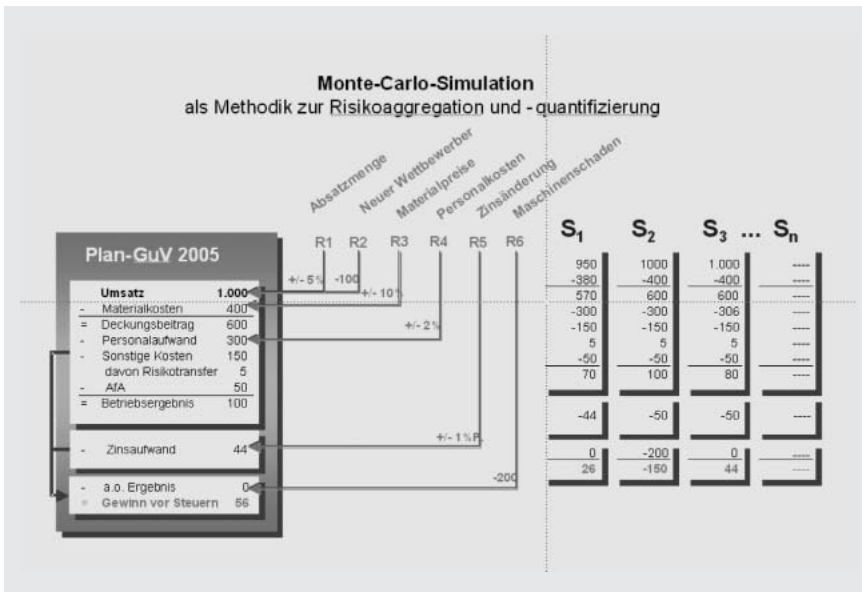


Abbildung 2: Risikoaggregation in der Planung (vgl. Gleißner 2001)

werden die Wirkungen der Einzelrisiken in einem Planungsmodell des Unternehmens den entsprechenden Posten der Unternehmensplanung (GuV und Bilanz) zugeordnet (vgl. Abbildung 1 mit den Risiken R1 bis R6). Solche Risikowirkungen werden durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben. Grundsätzlich lassen sich die Risiken (unter Simulationsgesichtspunkten) in zwei Gruppen untergliedern (vgl. Füsler/Gleißner/Meier 1999).

1. Einerseits beschreibt man Risiken durch Schwankungen von Plan-Variablen (z. B. Absatzmenge), in denen sich eine *Vielzahl von Einzelstörungen* widerspiegeln, die nicht sinnvoll getrennt werden können („verteilungsorientierte Risiken“). Gemäß dem „Zentralen Grenzwertsatz“ konvergiert die Summe solcher Einzelstörungen gegen eine Normalverteilung.
2. Andererseits können Zielabweichungen auch durch (größere) *besondere einzelne Ereignisse* hervorgerufen werden („ereignisorientierte Risiken“), die sich meist nicht mit einer Normalverteilung beschreiben lassen. Meist wird hier die Binomialverteilung mit zwei Zuständen (Risiko tritt ein, Risiko tritt nicht ein) verwendet.

In unabhängigen Simulationsläufen wird bei der Monte-Carlo-Simulation mit Hil-

fe von Zufallszahlen ein Geschäftsjahr mehrere tausend Mal durchgespielt und jeweils eine Ausprägung der GuV oder Bilanz berechnet. Damit erhält man in jedem Simulationslauf eine Ausprägung für die betrachtete Zielgröße (z. B. Gewinn) (weiterführende Erläuterungen und ein Fallbeispiel für die Aggregation von Risiken: vgl. Gleißner 2001). Im Prinzip wird durch diese Simulation eine

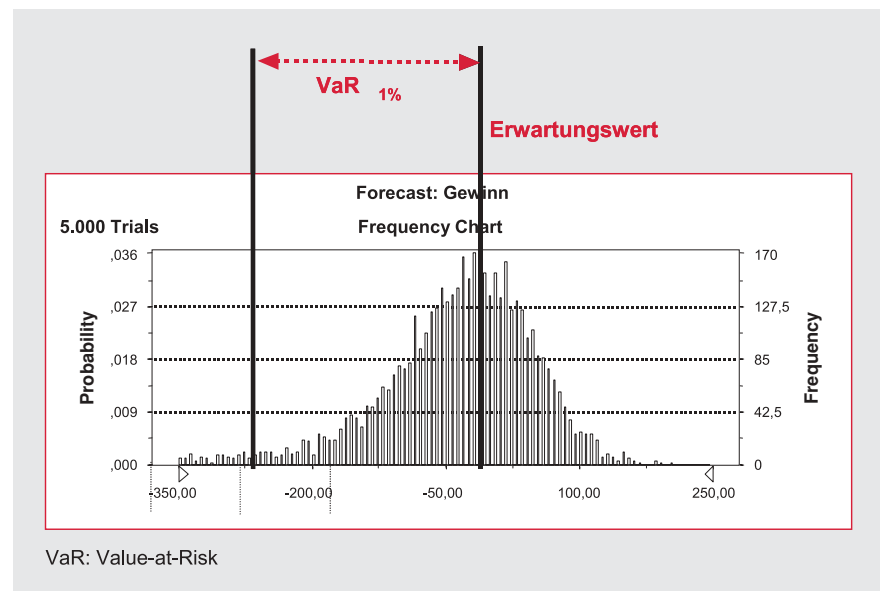


Abbildung 3: Dichte des Gewinns

„repräsentative Stichprobe“ aller möglichen Risiko-Szenarien (Zukunftsszenarien) eines Unternehmens bestimmt und ausgewertet.

Aus den ermittelten Realisationen der Zielgrößen ergeben sich aggregierte Wahrscheinlichkeitsverteilungen (vgl. Abbildung 4). Aus diesen kann z. B. der Value-at-Risk, als ein Höchstschaden, der mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird, ermittelt werden.

4.2 Das Fallbeispiel zur Risikoaggregation mittels Monte-Carlo-Simulation

Die Anwendung der Monte Carlo-Simulation soll nachfolgend durch das schon erläuterte Beispiel der STUTTGARTER MASCHINEN AG verdeutlicht werden (Berücksichtigt wird hier zusätzlich, dass das Risiko „Großkundenverlust“ zu den beiden anderen Risiken jeweils eine Korrelation von +0,5 aufweist.).

Bei einer Risikobewertung wird ein Geschäftsjahr nun mittels Monte-Carlo-Simulation 5000 mal „durchgespielt“. Hierzu wird MS Excel und das Zusatzprogramm Crystal Ball eingesetzt. Alternativ kann auch eine Spezialsoftware für Risikoaggregation in der Planung, wie der „Risiko-Kompass“, eingesetzt werden (www.risiko-kompass.de). Wie die obigen Angaben zeigen, wird dabei in 5 % (=250)

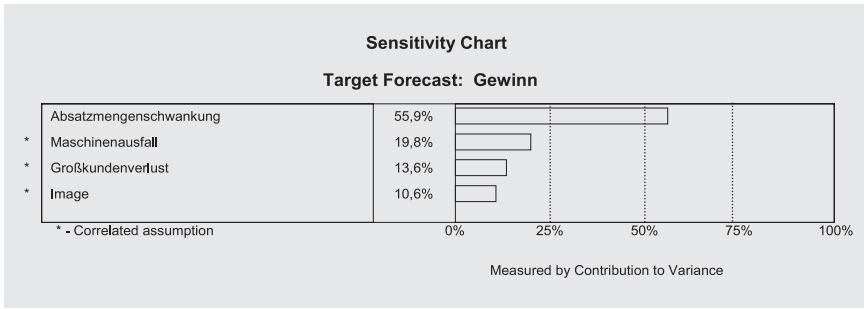


Abbildung 4: Sensitivitätsanalyse

aller Fälle (Jahre) zufällig ein Großkundenverlust eintreten und jeweils einen Schaden von 300 Mio. € verursachen. Die beiden anderen Risiken werden entsprechend behandelt. „Normale Absatzschwankungen“ werden durch eine Normalverteilung mit einer aus den vergangenen Jahren ermittelten Standardabweichung von 4 % des geplanten Umsatzes dargestellt.

In jedem der simulierten Geschäftsjahre ergibt sich ein bestimmter Gewinn, der davon abhängt, welche Risiken in welchem Umfang wirksam wurden.

Wie Abbildung 2 zeigt, weist diese Verteilungsfunktion des Gewinns ein arithmetisches Mittel von -48 Mio. € und eine Standardabweichung von 114 Mio. € auf. Damit ist die übliche Bandbreite risikobedingter Planabweichungen („Planungssicherheit“) bekannt. Nur in 5 % der Fälle wird ein Verlust von 277 Mio. € unterschritten, womit dieser Wert als Eigenkapitalbedarf (zum 5 %-Niveau) zu interpretieren ist.

Eine einfache Sensitivitätsanalyse (vgl. folgenden Chart Abbildung 4) zeigt, dass die Gewinnschwankungen insgesamt stärker durch „übliche Absatzschwankungen“ als durch die drei anderen Risiken bestimmt werden; letztere beeinflussen aber – wie eine ergänzende Untersuchung zeigt – entscheidend den Value-at-Risk und den Eigenkapitalbedarf, der sich aus der Notwendigkeit zur Deckung der Risiken ergibt. Damit ist auch deutlich, dass die Höhe des risikobedingten Eigenkapitalbedarfs auch die angestrebte Rating-Einstufung (und damit die noch akzeptierte Insolvenzwahrscheinlichkeit) beeinflusst (vgl. Gleißner/Füser, 2003, S. 35–40 und S. 267–271).

5. Risikoaggregation als Basis eines wertorientierten Managements

Für eine fundierte Bewertung alternativer unternehmerischer Maßnahmen ist die Rendite (z. B. ROCE; Return-on-Capital-Employed) allein als Erfolgsmaßstab untauglich (vgl. Gleißner 2004). Grundsätzlich ist es erforderlich, neben der Betrachtung der Rentabilitätsauswirkung (Umsatz, Kosten und Kapitalbindung) z. B. für den Vergleich alternativer Versicherungslösungen auch die Wirkungen auf den Risikoumfang und damit den Eigenkapitalbedarf und den Kapitalkostensatz zu erfassen. Letztendlich bietet es sich daher an, direkt den Wertbeitrag von verschiedenen unternehmerischen Maßnahmen (z. B. Risikobewältigungsmaßnahmen) zu bestimmen (vgl. z. B. Rapaport 1999, S. 91–118).

Risiken beeinflussen die Kapitalkostensätze (Diskontierungszinssätze) von Unternehmen (also die risikoabhängigen Mindestverzinsungsanforderungen) und damit den Unternehmenswert (vgl. z. B. Schierenbeck 2002 sowie Pfennig 2000, S. 1295–1332). Genau wie die Optimierung der Umsätze und das Kostenmanagement gehört damit das Risikomanagement zu denjenigen Aktivitäten, die zu einer Steigerung des Unternehmenswertes und damit zum Unternehmenserfolg maßgeblich beitragen (vg. Loderer/Jörg/Pichler/Zraggen 2001, S. 583–745). Es gilt folglich, die Risiken sinnvoll in der wertorientierten Unternehmensführung zu berücksichtigen, was Abbildung 4 für die Beurteilung des Wertbeitrags einer Risikobewältigungsmaßnahme zeigt.

Mit den sogenannten „risikodeckungsorientierten Ansätzen“ existiert eine Alternative zur üblichen Kapitalmarkttheorie bei der Herleitung der Kapitalkostensätze (vgl. Gleißner 2004, S. 111–120). Anders als im dem Capital-Asset-Pricing-Modell (CAP-Modell) wird hier der Gesamtrisikoumfang – und nicht nur der Umfang der systematischen Risiken (ausgedrückt durch den BETA-Faktor) – als relevant eingeschätzt. Im Gegensatz zum CAP-Modell wird hier der Risikoumfang mittels Aggregation (nicht jedoch die Risiko-prämie) zudem aus unternehmensinternen Daten abgeleitet und nicht aus Kapitalmarktinformationen bezogen, weil in den

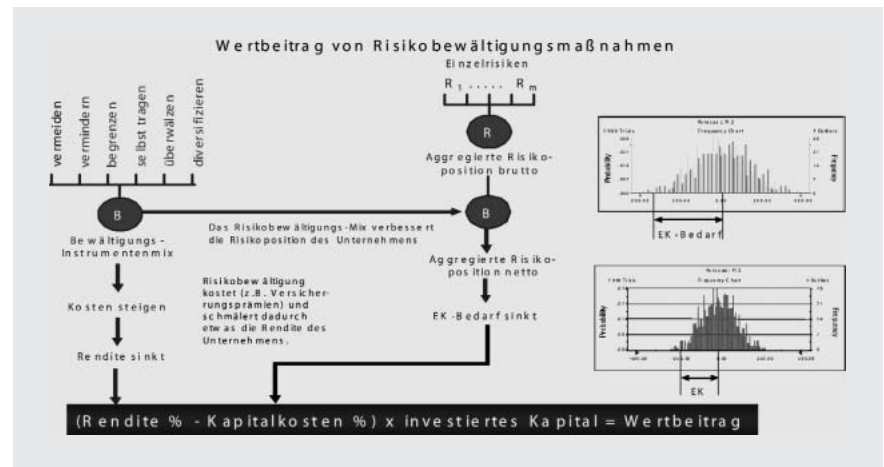


Abbildung 5: Verbindung von Risikoaggregation und wertorientierter Unternehmensführung (Quelle: RMCE Risk Con GmbH & Co. KG)

realen unvollkommenen Märkten die Unternehmensführung mehr Informationen über die Risikosituation eines Unternehmens hat, als der Kapitalmarkt. Die Annahme vollkommener Kapitalmärkte wurde in einer Vielzahl empirischer Tests falsifiziert. Insbesondere für die Gültigkeit des CAP-Modells gibt es schon seit langem praktisch kaum wissenschaftliche Belege mehr (vgl. Ulschmidt 1994, Haugen 2004, Fama/French, 1992 sowie Fama/French, 1993). Die Risikoaggregation stellt damit die erforderlichen Informationen über die Risikosituation des Unternehmens dar, um Kapitalkostensätze abzuleiten, und so das wertorientierte Management auf eine solide Grundlage zu stellen.

6. Risikoaggregation und die Weiterentwicklung der Controlling-Instrumente

Auch bei Bestrebung das traditionelle Controlling weiterzuentwickeln, spielt die Risikoaggregation die entscheidende Rolle. Controllingsysteme basieren heute noch in vielen Fällen auf einer „einwertigen Planung“, das heißt, es gibt genau einen Planwert für jede Variable im Unternehmen (z. B. den Gewinn). Als schon relativ anspruchsvoll gelten Planungen, die beispielsweise ergänzend Best Case- und Worst Case-Szenarien berücksichtigen oder andere Alternativpläne bereithalten. Wünschenswert ist es jedoch offensichtlich, wenn neben der erwarteten Ausprägung einer Ziel- oder Zwischenziel-Variablen (z. B. der Umsatz) auch noch erkennbar wäre, in welcher „Bandbreite“ die tatsächlichen Realisationen dieser Zielgröße zu erwarten sind. Es ist offensichtlich ein erheblicher Unterschied, ob man bei einem erwarteten Umsatz von 1 Mrd. € von einer möglichen Abweichungsbandsbreite von 10 Mio. oder von 100 Mio. ausgehen muss. Ein „mehrwertiges Controlling“ ist daher ein Controlling, das jede betrachtete Variable als Verteilungsfunktion beschreibt und zu einer „stochastischen Planung“ übergeht (vgl. Gleißner/Grundmann 2003). Es wird nicht lediglich der Erwartungswert angegeben, sondern zugleich eine geeignete Beschreibung der Streu-

ung. Derartige Streuungen beschreiben den Umfang möglicher Planabweichungen. Letztlich ist die Möglichkeit solcher Planabweichungen nichts anderes als das (aggregierte) Risiko. Daher gilt es, das traditionelle Controlling, das sich insbesondere mit einer möglichst erwartungstreuen Prognose auseinandersetzt, um Erkenntnisse des Risikomanagements zu erweitern. Durch die Identifikation, Bewertung und Aggregation von Risiken ist es nämlich möglich zu berechnen, welche Bandbreite um den Erwartungswert einer Variable die tatsächlichen Realisationen risikobedingt aufweisen werden.

Der wesentliche Nutzen für das Controlling ergibt sich hier durch die Möglichkeit, Planungssicherheit zu beurteilen. Mit dem traditionellen Controlling-Instrumentarium können Planwerte angegeben und auf Grundlage der zugrunde liegenden Annahmen begründet werden. So entsteht Transparenz über die Erwartungswerte der Planung. Mit Hilfe der Risikoaggregation, die die Konsequenzen des Wirksamwerdens der Risiken auf die Planung zeigt, wird nunmehr auch Transparenz über die Planungssicherheit erreicht. Ohne die Quantifizierung und Aggregation der Risiken und der Ableitung „realistischer Bandbreiten“ wird die mit jeder Planung zwangsläufig verbundene Planungsunsicherheit von allen Personen individuell eingeschätzt. Ein Konsens über den Grad der Planungssicherheit, der beispielsweise bei der Interpretation von Abweichungen erforderlich ist, besteht nicht. Durch die explizite Bestimmung von Gesamtrisiko-Umfang bzw. Planungssicherheit entwickeln sich die Steuerungsmöglichkeiten des Controllings grundlegend weiter: Das Controlling erhält die Möglichkeit, bei unternehmerischen Entscheidungen die hier erwarteten Erträge und die damit verbundenen Risiken explizit gegeneinander abzuwägen. Ein derartiges Abwägen kann erfolgen durch risikoorientierte Kennzahlen, die erwarteten Ertrag und Risiko unmittelbar miteinander verbinden. Zu nennen ist hierbei z. B. RORAC (Return on risk adjusted capital), das den erwarteten Gewinn in Relation zum (risikobedingten) Eigenkapitalbedarf setzt.

$$RORAC = \text{Gewinn} \div \text{Eigenkapitalbedarf}$$

Auch die bereits erläuterte Möglichkeit der Ableitung von Kapitalkostensätzen, die den Unternehmenswert bestimmen, ist letztlich die Berechnung eines Erfolgsmaßstabs, der erwartete Erträge und Risiken gegeneinander abwägt (vgl. für ein Fallbeispiel mit der Software „Strategie-Navigator“ Gleißner 2004a). Erst ein solch integrierter wertorientierter Steuerungsansatz erlaubt es, die Konsequenzen geplanter strategischer Maßnahmen auf den Unternehmenswert über alle Wirkungswege – Kapitalkosten (Risiko) und Cash-Flow – transparent zu machen. Die Lösung trägt damit zu einer besseren Fundierung wichtiger unternehmerischer Entscheidungen bei. Analog ist die Beurteilung der Konsequenzen von Planung und Risiken für das zukünftige Rating eines Unternehmens möglich („Rating-Prognose“, vgl. Gleißner 2003).

Neben der Weiterentwicklung von operativer Planung und Controlling bietet das Instrumentarium der Risikoaggregation auch völlig neue Potenziale im strategischen Controlling. Im strategischen Controlling werden für die Umsetzung der Unternehmensstrategien meist Balanced Scorecard-Systeme genutzt, die den strategischen Zielen klar operationalisierte Kennzahlen, Maßnahmen und Verantwortlichkeiten zuordnet. Balanced Scorecard, Risk-Management und operative Planung lassen sich mit Hilfe der Methodik der Risikoaggregation hoch effizient verbinden.

Erst ein Balanced Scorecard, Risk-Management und operative Planung integrierendes Unternehmensführungskonzept erlaubt eine fundierte wertorientierten Unternehmens-Steuerung.

Die Verbindung von Risikomanagement und Balanced Scorecard führt zur sogenannten FutureValue™-Scorecard (vgl. Gleißner, W. 2004, S. 255–286). Dabei werden jeder einzelnen Kennzahl diejenigen Risiken zugeordnet, die dort Planabweichungen auslösen können. Auf diese Weise wird – wiederum durch Risikoaggregation – die Möglichkeit geschaffen, auch den Umfang von Planabweichungen bei derartigen strategischen Kennzahlen

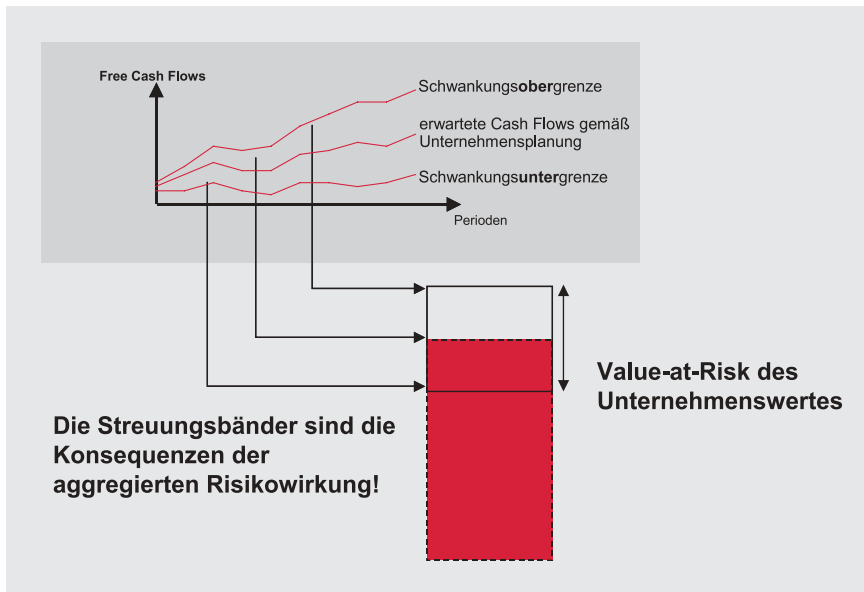


Abbildung 6: Wertorientiertes Controlling und Planungssicherheit

einzuschätzen. Die Integration von Balanced Scorecard und RiskManagement bietet zudem erhebliche Vorteile für Effizienz, Qualität und Akzeptanz beider Teilsysteme. Beispielsweise wird bei der Festlegung von Kennzahlen und Maßnahmen der Balanced Scorecard mit dem jeweils Verantwortlichen bereits über mögliche Ursachen für zukünftig mögliche Planabweichungen gesprochen. So werden zwangsläufig Frühwarnindikatoren und Risiken für das RiskManagement-System automatisch identifiziert.

7. Zusammenfassung

Eine wesentliche Voraussetzung für fundierte Maßnahmen der Risikobewältigung, die einen Beitrag zum Unternehmenserfolg (Unternehmenswert) leisten, ist eine zuverlässige Informationsbasis über die Risikosituation des Unternehmens, weil die Qualität jeder unternehmerischen Entscheidung über Maßnahmen letztlich von der Qualität der zugrundeliegenden Informationen abhängt. Dies erfordert leistungsfähige Verfahren zur Identifikation, Bewertung (Messung) und Aggregation der Risiken. Bei der Quantifizierung von Risiken ist darauf zu achten, dass nur die nicht vorhersehbaren Veränderungen relevant sind,

was geeignete Prognoseverfahren erforderlich macht. Eine Vielzahl von Risiken bei einem Unternehmen zu identifizieren, ist noch eine relativ einfache Aufgabe. Anspruchsvoll ist dagegen die Systematisierung und insbesondere die Aggregation von Risiken, wenn man den Gesamtrisikoumfang und den Eigenkapitalbedarf eines Unternehmens – und seine wesentlichen Bestimmungsfaktoren – fundiert beurteilen will. Hier ist als sehr leistungsfähiges und flexibles Verfahren der Einsatz von Simulationsverfahren erforderlich, um die zusammengefassten Wirkungen der Risiken auf Zielgrößen wie Gewinn, Cash-Flow oder Unternehmenswert aufzeigen zu können. Das Risikomanagement unterstützt so Controlling und Unternehmensplanung und schafft die Voraussetzung für ein Abwägen von erwarteten Erträgen und Risiken im Kontext eines wertorientierten Managements.

Die hohe Bedeutung einer fundierten Risikoanalyse für das gesamte Risikomanagement und letztlich auch für die Unternehmensstrategie rechtfertigt den Einsatz von bewährten Methoden, wie der Monte-Carlo-Simulation. Größtes Problem bei der Anwendung solcher Methoden ist momentan die Qualität der verfügbaren Daten über die Risiken. Dies

sollte aber nicht von der Anwendung qualifizierter Aggregationsverfahren abhalten, denn die Anwendung einer leistungsfähigen Methode auf eine verbesserungswürdige Datengrundlage ist sicher immer noch viel sinnvoller als die Kombination schlechter Daten mit einer schlechten Aggregationsmethode. Zudem zeigt die Risikoaggregation sehr deutlich, welche Risikoinformationen für das Gesamtergebnis besonders wesentlich sind und hilft so bei der Prioritätensetzung für die Verbesserung der Informationsgrundlage.

Die Risikoaggregation ist die Schlüsseltechnologie, die eine grundlegende Weiterentwicklung des bisher üblichen Controlling-Instrumentariums ermöglicht. Das Controlling erhält die Fähigkeit, Planungssicherheit nachvollziehbar einzuschätzen, das angemessene Rating eines Unternehmens unmittelbar abzuleiten und wertorientierte Unternehmensführungs-Systeme auf eine fundierte Grundlage zu stellen. Gerade für wertorientierte Unternehmensführungs-Systeme bietet sich durch die unmittelbare, konsistente Ableitung der Kapitalkostensätze auf Basis der vorhandenen Risikoinformationen die Möglichkeit, den unbefriedigenden Umweg über Kapitalmarktinformationen (den BETA-Faktor des CAP-Modells) zu vermeiden.

Abschließend bleibt festzuhalten: Risikomanagement ohne Risikoaggregation bleibt ökonomisch unbefriedigend. Gerade die Risikoaggregation liefert erst die wichtigsten neuen Erkenntnisse über Planungssicherheit, Eigenkapitalbedarf oder Kapitalkostensätze.

Literatur

- BLEYMÜLLER, J./GEHLERT, G./GÜLICHER, H.: Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, München 2002, S. 42 ff.
- BOX, G. E. P./JENKINS, G. M.: Time Series Analysis, forecasting and control, San Francisco 1968.
- FAMA, E./FRENCH, K. R.: Common risk factors in the returns on stocks and bonds, in: Journal of Financial Economics, Vol. 47, 1993, S. 3–56.
- FAMA, E./FRENCH, K. R.: The Cross-Section of Expected Security Returns, in: Journal of Finance, Vol. 47, No. 2, 1992, S. 427–465.

FÜSER, K./GLEISNER, W./MEIER, G.: Risikomanagement (KonTraG) – Erfahrungen aus der Praxis, in: Der Betrieb 15 (52. Jg.) 1999, S. 753–758.

GLEISNER, W.: Notwendigkeit, Charakteristika und Wirksamkeit einer Heuristischen Geldpolitik, 2. Auflage, Stuttgart 1999.

GLEISNER, W.: Faustregeln für Unternehmer, Wiesbaden 2000.

GLEISNER, W.: Identifikation, Messung und Aggregation von Risiken, in: GLEISNER, W./MEIER, G., Wertorientiertes Risikomanagement für Industrie und Handel, Wiesbaden 2001, S. 111–137.

GLEISNER, W.: Rating-Prognose am Beispiel einer Investitionsentscheidungen, in: Rating aktuell, 6/2003, S. 24–27.

GLEISNER, W.: Future Value – 12 Module für eine strategische wertorientierte Unternehmensführung, Wiesbaden 2004.

GLEISNER, W.: Bewertung alternativer Strategien und ihre Auswirkungen auf den Unternehmenswert – ein Fallbeispiel, in: UM Unternehmensbewertung & Management, Juli 2004a, S. 274–278.

GLEISNER, W./FÜSER, K.: Moderne Frühwarn- und Prognosesysteme für Unternehmensplanung und Risikomanagement, in: Der Betrieb, 19/2000, S. 933–941.

GLEISNER, W./FÜSER, K.: Leitfaden Rating, 2. Auflage, München 2003.

GLEISNER, W./GRUNDMANN T.: Stochastische Planung, in: Controlling, 9/2003, S. 459–466.

GLEISNER, W./MEIER, G.: Risikoaggregation mittels Monte-Carlo-Simulation, in: Versicherungswirtschaft, 13/1999, S. 926–929.

GRUBER, W.: Konzepte zur Messung von Markt- und Kreditrisiken, in: ELLER, R./GRUBER, W./REIF, M.: Handbuch Gesamtbanksteuerung, S. 83–101, Stuttgart 2001.

HAUGEN, R.: The New Finance, Ort 2004.

LODERER, C./JÖRG, P./PICHLER, K./ZGRAGGEN, P.: Handbuch der Bewertung, Frankfurt am Main 2001, S. 583–745

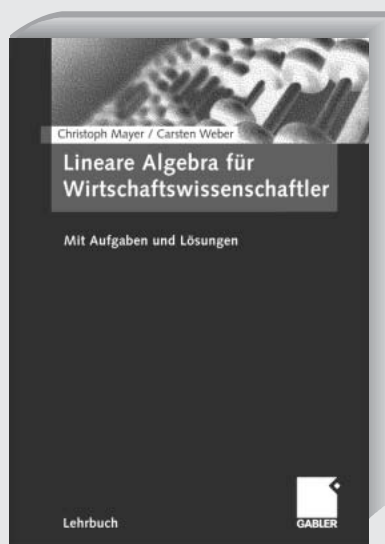
MUTH, J. F.: 1961: Rational Expectations and the Theory of Price Movements, in: Econometrica, 29, S. 315–335.

PFENNIG, M.: Shareholder Value durch unternehmensweites Risikomanagement, in: JOHANNING, L./RUDOLPH, B.: Handbuch Risikomanagement, Bad Soden 2000, S. 1295–1332.

RAPPAPORT, A.: Shareholder Value, Stuttgart 1999, S. 91–118.

SCHIERENBECK, R.: Value Controlling, München 2002.

ULSCHMID, C.: Empirische Validierung von Kapitalmarktmodellen, Ort 1994.



Christoph Mayer/Carsten Weber
**Lineare Algebra für
 Wirtschaftswissenschaftler**

Mit Aufgaben und Lösungen
 2004. XIV, 204 S.
 Br. EUR 19,90
 ISBN 3-409-12530-2

Inhalt: Grundlagen der Matrixrechnung – Weiterführende Matrixrechnung – Ökonomische Anwendungen der Matrixrechnung: Innerbetriebliche simultane Leistungsverrechnung, Innerbetriebliche Materialverflechtung, Leontief-Modell – Allgemeine lineare Gleichungssysteme – Vektorraumtheorie – Lineare Optimierung

Vektoren und Matrizen bilden die Grundlage vieler ökonomischer Methoden in der BWL. Das Lehrbuch ermöglicht dem Leser einen einfachen Einstieg in die Matrixrechnung. Grundbegriffe wie Determinante und Rang werden eingeführt und ihre Anwendung u. a. bei der Lösung von linearen Gleichungssystemen ausführlich dargestellt. Darauf aufbauend führt das Buch in die Vektorraumtheorie ein. Zahlreiche Übungsaufgaben vermitteln den ökonomischen Bezug.

Dipl.-Kfm. Christoph Mayer ist Doktorand am Lehrstuhl für Allg. BWL und Dozent für Mathematik an der Universität Mannheim.
 Dipl.-Kfm. Carsten Weber ist Doktorand am Lehrstuhl für Allg. BWL und Dozent für Mathematik an der Universität Mannheim.

Änderungen vorbehalten. Erhältlich im Buchhandel oder beim Verlag.

Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Tel: 06 11.78 78-626, www.gabler.de

